

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ
«КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ імені Ігоря Сікорського»
Факультет інформатики та обчислювальної техніки

ГНУЧКІ КОМП'ЮТЕРИЗОВАНІ СИСТЕМИ-3:
Алгоритмізація та верифікація управління в гнучких комп'ютеризованих
системах

Методичні вказівки до виконання комп'ютерних практикумів

для студентів спеціальності
126 “Інформаційні системи та технології”
кафедри технічної кібернетики
всіх форм навчання

Рекомендовано

Вченою радою факультету

інформатики та обчислювальної

техніки НТУУ «КПІ

ім.І.Сікорського»

Протокол № ___ від __.__.____р.

Київ - 2020

Гнучкі комп'ютеризовані системи-3: Алгоритмізація і верифікація управління в гнучких комп'ютеризованих системах. Методичні вказівки до виконання комп'ютерних практикумів. [Електронне видання] / Уклад. К.Б.Остапченко.- К.: НТУУ-“КПІ ім.І.Сікорського”, 2020. - 123с.

Методичні вказівки призначені для студентів спеціальності 126 «Інформаційні системи та технології» освітньо-професійної програми «Інформаційне забезпечення робототехнічних систем» підготовки бакалаврів кафедри технічної кібернетики всіх форм навчання. В посібнику наведена тематика комп'ютерних практикумів, теоретичні відомості, вимоги до застосування програмних засобів виконання циклу робіт, контрольні завдання, список рекомендованої літератури.

Укладач

К.Б. Остапченко, к.т.н., доцент

Відповідальний редактор

Рецензент

За редакцією укладача

Зміст

Вступ.....	4
Організація проведення комп'ютерних практикумів.....	5
Комп'ютерний практикум № 1 ДОСЛІДЖЕННЯ ЗАДАЧІ ОБ'ЄМНО-КАЛЕНДАРНОГО ПЛАНУВАННЯ ВИГОТОВЛЕННЯ ПРОДУКЦІЇ У ВИРОБНИЧІЙ СИСТЕМІ	7
Комп'ютерний практикум № 2 ДОСЛІДЖЕННЯ ЗАДАЧІ ОПЕРАТИВНОГО ПЛАНУВАННЯ РОБОТИ ТЕХНОЛОГІЧНОГО УСТАТКУВАННЯ	36
Комп'ютерний практикум № 3 ДИСКРЕТНО-ПОДІЙНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ТЕХНОЛОГІЧНИХ ПРОЦЕСІВ ВИРОБНИЧОЇ СИСТЕМИ	60
Комп'ютерний практикум № 4 ВЕРИФІКАЦІЯ ЯКІСНИХ ХАРАКТЕРИСТИК ТЕХНОЛОГІЧНИХ ПРОЦЕСІВ ВИРОБНИЧОЇ СИСТЕМИ	75
Комп'ютерний практикум № 5 ПРОГРАМУВАННЯ ФОРМОУТВОРЮЮЧИХ РУХІВ ІНСТРУМЕНТА НА ТЕХНОЛОГІЧНОМУ УСТАТКУВАННІ З ЧПУ	87
Комп'ютерний практикум № 6 ДОСЛІДЖЕННЯ МЕТОДІВ ІНТЕРПОЛЯЦІЇ РУХУ ІНСТРУМЕНТУ НА ТЕХНОЛОГІЧНОМУ УСТАТКУВАННІ З ЧПУ	101
Розподіл завдань комп'ютерних практикумів	121
Список рекомендованої літератури.....	122

Вступ

Комп'ютерний практикум з кредитного модуля "Гнучкі комп'ютеризовані системи-3: Алгоритмізація та верифікація управління в ГКС" виконують студенти спеціальності 126 "Інформаційні системи та технології" освітньо-професійної програми підготовки бакалаврів всіх форм навчання.

Головне призначення циклу комп'ютерних практикумів – закріплення знань з області технології алгоритмізації задач управління в гнучкому комп'ютеризованому виробництві на різних рівнях, а саме на рівні організаційного управління структурними підрозділами підприємства та на рівні управління технологічним обладнанням. У повний цикл практикумів увійшли роботи, які пов'язані з вивченням математичних методів розв'язання різних задач планування виробництва і моделювання процесів диспетчерування сформованих планів на стадії їх виконання та роботи, які передбачають вивчення способів організації систем чисельного програмного керування верстатами і устаткуванням гнучкого комп'ютеризованого виробництва.

Виконання комп'ютерного практикуму базується на знаннях, отриманих студентом при вивченні дисциплін «Моделювання технічних систем», «Спеціальні розділи математики», «Теорія і методи оптимізації».

Для виконання комп'ютерних практикумів студент повинен мати навички роботи з ПЕОМ із використанням операційної системи Windows і користуватися стандартними пакетами програмного забезпечення вирішення завдань технічних обчислень MathCad, MathLab та середовищ розробки програмного забезпечення, щоб вміти застосовувати або розробляти учбові програми.

Мета та завдання циклу комп'ютерних практикумів відповідають робочій програмі кредитного модуля та пройшли апробацію на кафедрі технічної кібернетики факультету інформатики та обчислювальної техніки.

Організація проведення комп'ютерних практикумів

1. Завдання циклу комп'ютерних практикумів

Основними завданнями циклу комп'ютерного практикуму є:

- закріплення отриманих теоретичних знань в області технології алгоритмізації задач управління в гнучкому комп'ютеризованому виробництві на різних рівнях організаційного та технологічного управління;

- оволодіння студентами навичок проектування компонентів програмного забезпечення систем оперативного управління гнучкими виробничими комплексами.

Виконавши цикл робіт практикумів студенти отримують знання і навички роботи із засобами моделювання процесів диспетчеризації матеріальних потоків, розробляти інформаційні системи з використанням математичних моделей і методів синтезу систем управління робототехнічними системами та комплексами.

№ з/п	Назва комп'ютерного практикуму	Кількість ауд.годин
П1	Практикум 1 - Дослідження задачі об'ємно-календарного планування виготовлення продукції у виробничій системі Дидактичні матеріали: Розділ 2 Тема 1 Література: [1, 2, 3, Д7, Д12, Д16]	2
П2	Практикум 2 - Дослідження задачі оперативного планування роботи технологічного устаткування Дидактичні матеріали: Розділ 2 Тема 2 Література: [1, 2, Д3, Д5, Д16]	4
П3	Практикум 3 - Дискретно-подійне моделювання технологічних процесів виробничої системи Дидактичні матеріали: Розділ 3 Тема 1 Література: [1, 2, 4, 6, Д4, Д10]	2
П4	Практикум 4 - Верифікація якісних характеристик технологічних процесів виробничої системи Дидактичні матеріали: Розділ 3 Тема 3 Література: [1, 2, Д13]	2
П5	Практикум 5 - Програмування формоутворюючих рухів інструмента на технологічному устаткуванні з ЧПУ Дидактичні матеріали: Розділ 5 Тема 1 Література: [1, 2, 5, Д14]	2

№ з/п	Назва комп'ютерного практикуму	Кількість ауд.годин
П6	Практикум 6 - Дослідження методів інтерполяції руху інструменту на технологічному устаткуванні з ЧПУ Дидактичні матеріали: Розділ 5 Тема 2 Література: [1, 2, 5, Д9, Д14]	4

2. Рекомендації щодо проведення комп'ютерних практикумів

Виконання кожної роботи практикуму передбачає попереднє вивчення відповідного методичного матеріалу, засвоєння мети та порядку роботи, опрацювання теоретичного матеріалу та підготовку необхідних за змістом роботи даних до розв'язання завдання практикуму та створення учбової програми. Студент допускається до виконання роботи, якщо виконані ці попередні умови та підготовлені вихідні дані практикуму.

Після завершення виконання роботи студент складає звіт з комп'ютерного практикуму та захищає його через систему дистанційного навчання кафедри test.tc.kpi.ua. Комп'ютерний практикум вважається зарахований, якщо отримано правильні відповіді на 60% питань.

Звіт готується на аркушах формату А4, який має містити наступу інформацію:

- титульну сторінку з назвою практикуму та особовими даними студента - прізвища, ім'я та групи навчання;
- мету роботи;
- зміст завдання практикуму;
- вихідні дані практикуму - математична модель, алгоритм виконання завдання;
- отриманні результати розв'язання завдання;
- матеріали обробки результатів - графіки, розрахунки;
- висновки щодо обробки результатів роботи.

Комп'ютерний практикум № 1

ДОСЛІДЖЕННЯ ЗАДАЧІ ОБ'ЄМНО-КАЛЕНДАРНОГО ПЛАНУВАННЯ ВИГОТОВЛЕННЯ ПРОДУКЦІЇ У ВИРОБНИЧІЙ СИСТЕМІ

1. Мета та порядок виконання завдання практикуму

Мета виконання: вивчення методики формування та розв'язання задачі об'ємно-календарного планування у виробничих системах за допомогою комп'ютерної реалізації табличного симплекс-методу.

Порядок виконання:

1. Ознайомитись з теоретичним матеріалом.
2. Скласти математичні моделі умов задачі об'ємного та календарного планування із накопиченням та без накопичення залишків ресурсів згідно з номером та варіантом завдання.
3. Виконати необхідні для розв'язання перетворення моделі задачі.
4. Розв'язати задачу, розробивши або застосувавши учбову програму.
5. Провести інтерпретацію отриманих результатів та виконати аналіз математичної моделі завдання на чутливість. Для задачі об'ємного планування експериментально перевірити результати аналізу на чутливість, використовуючи різні варіації значень (діапазон $[-1,1]$) параметрів обмежень на застосовані ресурси. Для задачі календарного планування дослідити вплив заданих параметрів умов задачі на ефективність використання розподілених ресурсів та оптимальність календарного плану.
6. Підготувати звіт.

2. Основні теоретичні відомості

Головна відмінність організаційно-економічних систем від систем технологічного управління на виробництві полягає в характері об'єкта управління. Тому одними з визначальних задач, що забезпечують зкоординоване функціонування всього виробництва, є задачі планування різних рівнів управління.

В організаційно-економічних системах в процесі планування на підставі глобальної мети визначають цілі управління всіма підрозділами таким чином, щоб забезпечити досягнення глобальної мети.

Глобальною метою є виконання планового завдання, що регламентує обсяг, номенклатуру, терміни та умови використання виробничих ресурсів. У процесі планування на основі планового завдання визначаються техніко-економічні показники підприємства в цілому і виробляється їх деталізація по всіх підрозділах, цехах, дільницях, лініях.

В залежності від того, на які періоди складаються плани, загальнозаводське планування (планування на рівні цілого підприємства) поділяють на перспективне і поточне. *Поточне планування* визначає склад робіт, їх розподіл по підрозділах. Воно поділяється на техніко-економічне (річне, календарне з робивкою по інтервалах періоду) і оперативне. *Техніко-економічне планування* деталізує показники перспективного плану на даний період і коригує їх відповідно до вимог планового завдання підприємства.

В цілому в комплексі задач планування інтегрованого виробництва можна виділити такий клас задач планування:

- об'ємно-календарного планування, яке охоплює задачі перспективного і техніко-економічного планування загальнозаводського і міжцехового рівня з часовим і просторовим впорядкуванням результатів.

2.1. Задача планування обсягу і номенклатури виготовлення продукції

При розв'язанні задач організаційного управління виробництвом, одним з головних факторів, що регламентують діяльність промислового підприємства є збільшений розрахунок виробничих потужностей і завантаження устаткування, результатом якого є виробнича програма обсягу виготовлення продукції. В умовах масового і серійного виробництва ефективним методом такого розрахунку, що забезпечує максимальне завантаження обладнання, є лінійне програмування, орієнтоване на побудову лінійних оптимізаційних моделей виробництва. Моделі, які використовуються у розрахунках є статичними, бо

вони призначені для аналізу керуючих рішень, які поширюються на певний, попередньо визначений відрізок часу. Сфера застосування моделей та методів такого роду у теперішній час охоплює широкий спектр функцій організаційного управління [2].

Розглянемо типові задачі виробничого планування обсягу і номенклатури випуску продукції на двох рівнях управління підприємством: адміністративного управління (задача управління збутом продукції) і управління підрозділами (задача оптимального розподілу ресурсів).

Задача управління збутом продукції. Як приклад задачі управління збутом продукції розглянемо спрощене планування зовнішньоторговельних операцій.

Виробник має перед собою мету: виробити вітчизняний товар, який користується попитом у Європі, вивезти та продати його за валюту, на зароблені кошти придбати товар у Європі, який користується попитом на Україні, перевезти та продати його оптом чи в роздріб, одержавши найбільший прибуток. При цьому він повинен виходити із наступних умов:

1) витрати виробника на виготовлення вітчизняних товарів встановленої номенклатури, враховуючи ліцензію на вивіз – $C_i, i = \overline{1, n}$;

2) ціни на вітчизняні товари при продажу оптом за валюту у Європі – $CP_i, i = \overline{1, n}$;

3) максимально доступні розміри партій вітчизняних товарів – $P_i, i = \overline{1, n}$;

4) фрахтові ставки при перевезенні вітчизняних товарів – $F_i, i = \overline{1, n}$;

5) ціни на товари закордонного виробництва встановленої номенклатури при купівлі оптом за валюту у Європі – $CE_j, j = \overline{1, m}$;

6) фрахтові ставки при перевезенні іноземних товарів – $FE_j, j = \overline{1, m}$;

7) ціни на європейські товари при продажу за гривні в роздріб – $S_j, j = \overline{1, m}$;

8) коефіцієнт перерахунку оптової ціни в роздрібну при продажу – K ;

- 9) ставка податків на продаж – NP ;
- 10) валютний курс гривні – CCE ;
- 11) коефіцієнти загальних втрат при роботі з вітчизняними товарами – $D_i, i = \overline{1, n}$;
- 12) коефіцієнти загальних втрат при роботі з іноземними товарами при продажу їх оптом M_j^1 та в роздріб $M_j^2, j = \overline{1, m}$;
- 13) максимальні розміри партій іноземних товарів, які можна реалізувати у рамках зазначених втрат – $B_j, j = \overline{1, m}$;
- 14) сума грошових коштів, які має виробник – Ω_1 ;
- 15) сума одержаного кредиту – Ω_2 ;
- 16) процентна ставка з кредиту – KR ;
- 17) обмеження на вивезення валюти з Європи – T ;
- 18) обмеження на вивезення валюти з України – TU .

Необхідно визначити обсяг виробництва вітчизняних товарів $X_i, i = \overline{1, n}$ та обсяг продажу іноземних товарів оптом $Y_j^1, j = \overline{1, m}$ та в роздріб $Y_j^2, j = \overline{1, m}$, завдяки яким буде одержаний найбільший прибуток. Для цього перерахуємо всі ціни в гривнях і визначимо цільову функцію (ЦФ) як прибуток від всього комплексу зовнішньоторговельних операцій, а обмеження задачі подамо як умови виконання всіх операцій з виробництва, перевезення, компенсації втрат, продажу, придбання, тощо.

В результаті математичний запис задачі має наступний вигляд:

$$\max \left\{ \begin{array}{l} \sum_{j=1}^m (S_j(1 - NP) \times K - S_j \times M_j^1 \times K - FE_j - CE_j) \times Y_j^1 + \\ \sum_{j=1}^m (S_j(1 - NP) - S_j \times M_j^2 - FE_j - CE_j) \times Y_j^2 + \\ \sum_{i=1}^n (CP_i - C_i - F_i - CP_i \times D_i) \times X_i + \end{array} \right\}$$

за умов

$$\sum_{i=1}^n (C_i + F_i + CP_i \times D_i) \times X_i \leq \Omega_1 + \Omega_2 - \text{обмеження коштів на виробництво,}$$

перевезення і компенсації втрат;

$$\sum_{i=1}^n CP_i \times X_i - \sum_{j=1}^m CE_j \times Y_j^1 - \sum_{j=1}^m CE_j \times Y_j^2 \geq 0 - \text{обмеження коштів на}$$

придбання іноземних товарів

$$\sum_{i=1}^n CP_i \times X_i - \sum_{j=1}^m CE_j \times Y_j^1 - \sum_{j=1}^m CE_j \times Y_j^2 \leq T - \text{обмеження на вивезення}$$

валюти з Європи;

$$\sum_{i=1}^n C_{ii} \times X_i \geq \Omega_1 + \Omega_2 - TU - \text{обмеження на вивезення валюти з України;}$$

$X_i \leq P_i, i = \overline{1, n}$ – обмеження на максимальний обсяг партій вітчизняних товарів;

$Y_j^1 + Y_j^2 \leq B_j, j = \overline{1, m}$ – обмеження на максимальний обсяг партій іноземних товарів.

Задача розподілу ресурсів. На підприємстві, яке виготовляє неоднорідну продукцію, для формування виробничої програми необхідно визначити, якими повинні бути рівні виробництва кожного продукту за встановлений час планового періоду. Ці рівні обмежені наступними технологічними умовами:

1) виробництво продукції утворюється на базі n різних технологічних процесів;

2) технологічні процеси орієнтовані на одержання продукції з наявних в системі m матеріалів;

3) витрати ресурсів системи, які пов'язані з кожним із технологічних процесів, визначаються трудовитратами $D_i, i = \overline{1, n}$ (вимірними в людинотижнях), а також кількістю матеріалів $A_j, i = \overline{1, n}, j = \overline{1, m}$, (в одиницях ваги), які витрачаються за встановлений час планового періоду;

4) загальні трудовитрати виробництва повинні не перевищувати B^1 , а матеріальні запаси - $B_j^2, j = \overline{1, m}$.

У рамках цих обмежень критерієм оцінки ефективності організаційного управління виробництвом є отримання максимального прибутку (або мінімальних витрат) $C_i, i = \overline{1, n}$. Необхідно визначити обсяг виробництва $X_i, i = \overline{1, n}$ для кожного технологічного процесу.

Використовуючи виробничо-економічні показники і всі встановлені обмеження формується наступна лінійна модель виробництва:

$$\max \left\{ \sum_{i=1}^n C_i \cdot X_i \right\}$$

за умов

$$\sum_{i=1}^n D_i \cdot X_i \leq B^1;$$

$$\sum_{i=1}^n A_{ij} \cdot X_i \leq B_j^2, j = \overline{1, m}.$$

Іншим варіантом задачі розподілу ресурсів є розрахунок завантаження устаткування, який виконується за такими початковими даними:

- 1) B_i – пропускна здатність i - ої групи устаткування ($i = \overline{1, m}$);
- 2) A_{ij} – трудомісткість j - го виробу ($j = \overline{1, n}$), виготовленого на обладнанні i - ої групи;
- 3) S_j – собівартість виробів;
- 4) C_j – вартість виробів;
- 5) X_j – шукана програма випуску;
- б) обмеження з пропускної здатності устаткування:

$$\sum_{j=1}^n A_{ij} \cdot X_j \leq B_i, i = \overline{1, m}.$$

В залежності від економічних вимог використовуються різні критерії оцінки шуканої програми випуску при задоволенні обмеження з пропускної здатності:

1) найменший сумарний розмір простоїв:

$$\min \left\{ \sum_{i=1}^m T_i \right\},$$

$$\text{де } T_i = B_i - \sum_{j=1}^n A_{ij} \cdot X_j;$$

2) максимізація випуску у вартісному вираженні:

$$\max \left\{ \sum_{j=1}^n C_j \cdot X_j \right\};$$

3) максимізація прибутку:

$$\max \left\{ \sum_{j=1}^n (C_j - S_j) \cdot X_j \right\}.$$

Метод розв'язання задачі. Розглянуті задачі відносяться до єдиного математичного класу задач – лінійного програмування (ЛП).

Симплекс-метод є найбільш поширеним та універсальним обчислювальним методом, який використовується для розв'язання будь-яких задач ЛП за допомогою ЕОМ. Ідея методу полягає у послідовному проходженні по базисних рішеннях опорних планів задачі доти, доки не буде одержане оптимальне рішення (іншими словами, у послідовному покращенні планів задачі за визначеним критерієм).

Розглянемо процес підготовки початкових даних і алгоритм розв'язання задачі ЛП табличним симплекс-методом.

Математична модель задачі ЛП має одну із наступних лінійних форм:

$$\max \left\{ \sum_{j=1}^n C_j \cdot X_j \right\} \quad (2.1)$$

за умов:

$$\sum_{j=1}^n A_{ij} \cdot X_j \leq B_i, \quad i = \overline{1, m}; \quad (2.2)$$

$$X_j \geq 0, \quad j = \overline{1, n} \quad (2.3)$$

або

$$\min \left\{ \sum_{j=1}^n C_j \cdot X_j \right\} \quad (2.4)$$

за умов:

$$\sum_{j=1}^n A_{ij} \cdot X_j \geq B_i, \quad i = \overline{1, m} \quad (2.5)$$

$$X_j \geq 0, \quad j = \overline{1, n}. \quad (2.6)$$

Перед розв'язанням задачі необхідно попередньо виконати такі процедури:

1) привести математичну модель до канонічного вигляду, тобто обмеження (2.2), (2.5) перетворити на рівняння за допомогою додаткових змінних;

2) визначити початковий прийнятний (невід'ємний) базисний розв'язок задачі (у випадку обмежень (2.5) ввести штучні змінні);

3) ввести в початкову симплекс-таблицю такі параметри, які відповідають початковому базисному розв'язку (рис.2.2):

– вагові коефіцієнти при змінних X_j в ЦФ (рядок C_j);

– змінні X_j , які входять до наявного базису;

– значення базисних змінних $X_i = B_i = A_0$ (стовпець A_0);

– елементи $A_{ij}, i = \overline{1, m}, j = \overline{1, n}$, матриці умов задачі $A[m \times n]$ (стовпці A_1, A_2, \dots, A_n);

– оцінки $D_j, j = \overline{1, n}$, що відповідають стовпцям A_1, A_2, \dots, A_n і визначаються за формулою:

$$D_j = \sum_{i=1}^m C_i \cdot A_{ij} - C_j, \quad j = \overline{1, n}. \quad (2.7)$$

			C_j		
X_i	A_0	A_1			A_n
			A_{ij}		
			D_j		

Рис. 2.2. Структура початкової симплекс-таблиці

Далі, використовуючи алгоритм симплекс-методу, знаходять оптимальне рішення плану – базисний розв’язок X_i .

Алгоритм симплекс-методу (для (2.1)) має вигляд [5]:

1. Заповнити початкову симплекс-таблицю.
2. Якщо $D_j \geq 0$ для всіх $j = \overline{1, n}$, то отриманий план оптимальний.
3. Якщо є $D_j < 0$ і в стовпці A_j всі елементи $A_{ij} \leq 0$, то ЦФ необмежена зверху умовами задачі і знайти оптимальний план неможливо.
4. Якщо у стовпцях A_j , що відповідають від’ємним оцінкам D_j , існує хоча б один $A_{ij} > 0$, то можливий перехід до нового, кращого плану.
5. Стовпець A_k , який необхідно ввести до базису для покращення плану, визначається за найменшим $D_j < 0$. Стовпець, в якому міститься ця оцінка, називається напрямним.
6. Стовпець A_r , який необхідно вивести з базису, визначається за відношенням $r: \min \{A_{i0} / A_{ik}, i = \overline{1, m}\} = A_{r0} / A_{rk}, (A_{ik} \neq 0)$. Рядок r називається напрямним. Елемент A_{rk} , який стоїть на перехресті напрямного рядка і стовпця, називається напрямним елементом.
7. Заповнюється нова симплекс-таблиця, яка відповідатиме новому базисному розв’язку:

$$A_{ij}(l+1) = A_{ij}(l) - A_{rj}(l) \cdot A_{ik}(l) / A_{rk} \quad \text{при } i \neq r; \quad (2.8)$$

$$A_{ij}(l+1) = A_{rj}(l) / A_{rk}(l) \quad \text{при } i = r; i = \overline{1, m+1}; j = \overline{0, n},$$

де l – номер ітерації.

Значення D_j визначається одним з двох способів:

а) як кожний елемент таблиці за виразом (2.8);

б) за формулою (2.7).

Процес обчислень завершується, якщо знайдене оптимальне рішення або коли функція буде необмежена.

Особливості застосування методу:

1. Якщо за початковий базис беруть базис із вільних змінних, для яких $C_i = 0$, то оцінки для всіх небазисних змінних дорівнюють $D_j = A_{0j} = -C_j$, а відповідні значення $A_{ij} = \sum_{i=1}^m C_i \cdot X_i = 0$.

2. При розв'язанні задачі з математичною моделлю у формі на мінімум в базис вводиться стовпець з найбільшою додатною оцінкою.

3. Відсутність стовпців з $D_j < 0$ (при розв'язанні задачі з математичною моделлю у формі на максимум) або з $D_j > 0$ (при розв'язанні задачі з математичною моделлю у формі на мінімум) є ознакою оптимальності відповідного базисного рішення.

4. Якщо є хоча б одна від'ємна (задача максимуму) або додатна (задача мінімуму) оцінка для небазисного вектора, а його стовпець містить лише від'ємні елементи, то в області прийнятних рішень ЦФ необмежена.

Аналіз задачі на чутливість. Визначення оптимальних значень виробничої програми не завжди є достатньою умовою для формування виробником правильного керуючого рішення при організації виробництва. В більшості випадків формулюється задача дослідження впливу на значення одержуваного прибутку (або витрат) збільшення кожного з використаних ресурсів, вдосконалення того чи іншого технологічного процесу, зміни вартості використовуваної сировини, що впливає на прибутковість виробничо-технологічних процесів. Це означає, що необхідно знати, в якому інтервалі можна змінювати вхідні параметри моделі без істотного відхилення від знайденого оптимуму і без порушення структури базису, що формує

оптимальне рішення. Дослідження, що проводяться в рамках такої задачі, називаються аналізом моделі на чутливість.

Нехай в задачі ЛП $B = [B_i]$ – обмеження значень ресурсів, а $dB = [dB_i]$ – прийнятні варіації цих ресурсів. Дослідимо їх вплив на зміну оптимального значення ЦФ $L(X_{opt}(B)) = L(B)$. Якщо прийняти, що $B = B + dB$, то нове оптимальне значення ЦФ буде рівним $L(B + dB)$. Обчисливши приріст $dL(B + dB) = L(B + dB) - L(B)$, знайдемо границю співвідношення:

$$\lim \frac{dL(B + dB)}{dB_i} = \frac{dL(B)}{dB_i} - \text{частинна похідна ЦФ по змінній } B_i.$$

За теоремою подвійності одержимо:

$$C \times X_{opt} = L(X_{opt}) = L_{подв}(Y_{opt}) = B \times Y_{opt},$$

де Y_{opt} – оптимальний розв'язок подвійної задачі ЛП; $L_{подв}$ – ЦФ подвійної задачі.

Звідси $dL(B)/dB_i = Y_{i\ opt}$, що визначає максимальне значення приросту ЦФ прямої задачі при зміні i -го ресурсу B_i на 1 одиницю, а саме чим більше $Y_{i\ opt}$, тим більша чутливість ЦФ прямої задачі до зміни вільних членів B_i в оптимальному розв'язку X_{opt} .

Якщо $Y_{i\ opt} = 0$, то це означає, що відповідний ресурс B_i не є суттєвим для моделі, тобто зміна його значення на 1 одиницю не призведе до зміни оптимального значення ЦФ і отриманого розв'язку X_{opt} . Це обумовлює перетворення i -го обмеження прямої задачі у строгу нерівність

$\sum_{j=1}^n A_{ij} \cdot X_{j\ opt} < B_i$, оскільки ресурс B_i знаходиться у надлишку на величину

$$\Delta_i = B_i - \sum_{j=1}^n A_{ij} \cdot X_{j\ opt}.$$

Таким чином, при проведенні аналізу моделі на чутливість можливе встановлення таких результатів:

1) якщо оптимальне рішення задачі подвійності $Y_{i\ opt} = 0$, то відповідний ресурс прямої задачі B_i використовується частково внаслідок того, що його

значення може бути зменшене до величини $\sum_{j=1}^n A_{ij} \cdot X_{j\ onm}$ або на значення додаткової змінної, яка встановлена для цього i -го обмеження в канонічній формі задачі;

2) якщо оптимальне рішення задачі подвійності $Y_{i\ onm} \neq 0$, то при зміні відповідного ресурсу B_i на 1 одиницю ЦФ прямої задачі одержить приріст на величину $Y_{i\ onm}$, та цей ресурс використано повністю (залишку немає й значення додаткової змінної, яка встановлена для цього обмеження i -го обмеження в канонічній формі дорівнює 0).

Слід зазначити, що знаходження значення $Y_{i\ onm}$ можливе через значення D_j оцінок симплекс-таблиці оптимального розв'язку прямої задачі, тобто $Y_{i\ onm} = D_{n+i}$.

2.2. Задача календарного планування виробничої системи

Організація оперативного управління підприємством неможлива без деталізації виробничої програми випуску продукції за часовими інтервалами в межах встановленого планового періоду. Реалізація цієї функції здійснюється задачею календарного планування, результатом вирішення якої є часове упорядкування комплексу запланованих робіт програми. Часове упорядкування виражається у визначенні строків початку та завершення виконання робіт, тобто календарний план визначає скільки продукції необхідно виготовити у кожному інтервалі встановленого періоду. У ГВС оперативний плановий період, як правило, не перевищує місячного терміну, а строками запуску-випуску є такі часові інтервали: декади, тижні або дні.

Розв'язання задач календарного планування характерне для міжцехового планування. Отже, математичною формою представлення задач даного класу є лінійна або лінійно-дискретна оптимізаційна модель, а методологією розв'язання – лінійне або лінійне цілочисельне програмування (ЛЦП).

Формулювання задачі. Номенклатурний список продукції, що виробляється за плановий період, складається з n найменувань ($j = \overline{1, n}$). Плановий період включає T часових інтервалів ($k = \overline{1, T}$). У виробництві використовується m видів ресурсів ($i = \overline{1, m}$). Ресурсами можуть бути групи устаткування, матеріальні ресурси, групи спеціалістів тощо.

Ресурси, які надходять у виробництво, вважаються заданими і характеризуються:

1) технологічними умовами – нормативними витратами на виготовлення продукції $A = [A_{ij}]$, де A_{ij} – обсяг i -го ресурсу, необхідного для виготовлення деталей j -го найменування (нормативна трудомісткість виготовлення j -ої деталі на i -му обладнанні; нормативні витрати i -го виду матеріалів на виготовлення j -ої деталі);

2) організаційними умовами – нормативними запасами ресурсів у k -му інтервалі $B_k = [B_{ki}]$, де B_{ki} – обсяг i -го ресурсу в k -му інтервалі (нормативний фонд часу роботи i -го устаткування у k -му інтервалі; надходження i -го виду матеріалів у k -му інтервалі).

Перед підрозділами формулюється задача виконання виробничої програми за обсягом випуску продукції $P = (P_j | j = \overline{1, n})$ за плановий період так, щоб своєчасно постачати деталі відповідно до зовнішніх потреб $F_k = (F_{kj} | j = \overline{1, n})$ в разі міжцехового планування (наприклад, потреб складального виробництва або умов постачання продукції) або оптимізувати витрати чи прибуток $C = (C_j | j = \overline{1, n})$ від реалізації продукції в разі загальнозаводського планування, де P_j – плановий обсяг випуску деталей j -го найменування; F_{kj} – потреби деталей j -го найменування у k -му інтервалі, C_j – витрати (прибуток) від реалізації деталей j -го найменування.

Формально подамо наведену задачу за допомогою наступної лінійної оптимізаційної моделі.

Стан виробництва у k -му інтервалі будемо задавати вектором $X_k = (X_{kj} | j = \overline{1, n})$, компонента якого X_{kj} – випуск деталей j -го найменування у k -му інтервалі. Тоді обсяг використаного i -го ресурсу у k -му інтервалі не повинен перевищувати встановленого значення норми, тобто

$$\sum_{j=1}^n A_{ij} \cdot X_{kj} < B_{ki}, \quad i = \overline{1, m}, \quad k = \overline{1, T}. \quad (2.9)$$

Якщо ресурси, які використовуються у виробництві, мають здатність накопичення та переносу у наступні часові інтервали, то обмеження на використання ресурсів, що надаються, будуть мати вигляд:

$$\sum_{j=1}^n \sum_{l=1}^k A_{ij} \cdot X_{lj} \leq \sum_{l=1}^k B_{li}, \quad i = \overline{1, m}, \quad k = \overline{1, T}, \quad (2.10)$$

тобто обсяг i -го ресурсу, використаного за k інтервалів, не повинен перевищувати обсягу, який надійшов до k -го інтервалу.

Таким чином, обмеження (2.9), яке не враховує використання ресурсів у попередні інтервали, доцільно використовувати у випадку часового обліку ресурсів (фонд часу устаткування), а обмеження (2.10) – при кількісному обліку ресурсів (витрати матеріалів).

Але якщо не встановлені організаційні умови витрат ресурсів за час планового періоду, то обмеження на їх використання повинно мати вигляд:

$$\sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^T A_{ij} \cdot X_{kj} \leq \sum_{k=1}^T B_{ki}, \quad i = \overline{1, m}$$

або

$$\sum_{j=1}^n \left(A_{ij} \cdot \sum_{k=1}^T X_{kj} \right) \leq B_i, \quad i = \overline{1, m},$$

$$\text{де } B_i = \sum_{k=1}^T B_{ki}.$$

Кінцевий випуск продукції за умовами задачі повинен дорівнювати або задовольняти плану виробництва, тобто $\sum_{k=1}^T X_{kj} \geq P_j, j = \overline{1, n}$.

Якщо врахувати, що виготовлена продукція безпосередньо даною виробничою одиницею не використовується, то $X_j = (X_{kj} | k = \overline{1, T})$ – невід’ємна послідовність, тобто $X_{kj} \geq 0, k = \overline{1, T}, j = \overline{1, n}$.

Крім того, на значення X_{kj} можуть бути застосовані обмеження на розмір отриманої продукції, тобто встановлена дискретність значень обсягу.

Календарний план випуску продукції $(X_{kj} | k = \overline{1, T})$, який задовольняє наведеним обмеженням, називають прийнятним. В реальних виробничих умовах існує кінцева, але достатньо велика множина прийнятних планів випуску, серед яких необхідно вибрати найкращий з точки зору максимального задоволення потреби $(F_k | k = \overline{1, T})$ або прибутку від реалізації $(C_j | j = \overline{1, n})$. Тому як критерій задачі необхідно розглядати цільову функцію мінімізації сумарного по інтервалах та деталях відхилення випуску від потреби:

$$\min \sum_{k=1}^T \sum_{j=1}^n (F_{kj} - X_{kj}),$$

або максимізації загального прибутку:

$$\max \sum_{k=1}^T \sum_{j=1}^n C_j \cdot X_{kj}.$$

Якщо перевиробництво неприпустиме (випуск не повинен перевищувати потреби), то у виразі критерію значення відхилення випуску від потреби необхідно врахувати за модулем $(|F_{kj} - X_{kj}|)$.

Метод розв’язання задачі. Метод “тілок та границь” належить до групи комбінованих методів дискретного програмування і є одним з найбільш поширених методів, які використовуються при розв’язанні задач ЛЦП.

Реалізація цього методу полягає у послідовному розгалуженні початкової множини рішень на дерево підмножин з визначенням рішень в усіх підмножинах, доки не буде знайдено шукане, яке задовольняє умові цілочисельності (дискретності).

Математичне формулювання задачі ЛЦП, до якої застосовують метод має такий вигляд:

$$F(X) = \max \left\{ \sum_{j=1}^n C_j \cdot X_j \right\} \quad (2.11)$$

за умов:

$$\sum_{j=1}^n (A_{ij} \cdot X_j) \leq B_i, \quad i = \overline{1, m}; \quad (2.12)$$

$$X_j \geq 0, \quad j = \overline{1, n}; \quad (2.13)$$

$$X_j - \text{цілі числа.} \quad (2.14)$$

Процес знаходження оптимального рішення починають із розв'язання неперервної задачі ЛП. Якщо одержаний при цьому оптимальний план X_o не задовольняє умові (2.14), то значення ЦФ $F(X_o)$ дає верхню оцінку Ω для шуканого рішення.

Далі використовують багатоітераційну процедуру розгалуження (розбиття множини прийнятних рішень), перерахунку оцінки та перевірку умови цілочисельності.

Схема алгоритму ітераційної процедури [5]:

Крок 1 – *розгалуження*. Вибрати змінну X_{j_0} , значення якої не є цілочисельним. Покласти $L = [X_{j_0}]$, де $[]$ – процедура виділення цілої частини. Сформулювати дві задачі: у першу додати обмеження $X_j \geq L+1$, а у другу – $X_j \leq L$. Відібрати одну з них як поточну, а другу ввести у список задач G для подальшого створення множини рішень.

Крок 2. Розв'язати поточну ЛП-задачу як неперервну та знайти її оптимальний план X_o .

Крок 3. Розрахунок оцінки $\Omega = F(X_o)$.

Крок 4 – *перевірка оптимальності*. Якщо X_o – цілочисельне та $\Omega = \max\{\Omega(G)\}$, то X_o – оптимальне рішення. В іншому випадку відбираємо з G задачу з нецілочисельним рішенням, у якої оцінка є $\max\{\Omega(G)\}$, та переходимо до початку наступної ітерації.

Перед розв'язанням задачі необхідно попередньо виконати такі процедури:

1) привести математичну модель до канонічного вигляду у формі задачі на максимум, тобто обмеження (2.12) перетворити на рівняння за допомогою додаткових (структурних) змінних, а форму ЦФ подати як (2.11);

2) визначити початковий прийнятний (невід'ємний) базисний розв'язок задачі і у випадку необхідності ввести штучні змінні.

Особливості застосування методу:

1. Метод можна застосовувати як для повністю, так і для частково цілочисельних задач.

2. Нові обмеження виду $X_j \geq [X_{j0}] + 1$ чи $X_j \leq [X_{j0}]$, які вводяться на кожній ітерації, виступають у вигляді відтинів.

3. При введенні нового обмеження немає необхідності знову розв'язувати всю задачу (2.11)–(2.14), а можна використовувати результати попередньої ітерації, безпосередньо вводячи в таблицю оптимального рішення нове обмеження.

4. При розв'язанні ЛП-задачі на мінімум використовують нижню границю $\Omega(G) = \min\{F(X)\}$. В цьому випадку ознака оптимальності формулюється протилежним чином.

3. Вимоги до учбової програми

Учбова програма повинна бути призначена для проведення розрахунків задач ЛП, ЛЦП за алгоритмом симплекс-метода та схемою метода «гілок та границь». Середовище функціонування програми - операційна система Windows (може бути розглянутий також варіант веб-додатку). За допомогою учбової програми необхідно виконувати оптимізацію лінійних форм (2.5) або (2.8), які попередньо повинні бути зведені до канонічного вигляду з прийнятним базисним рішенням.

Вхідні дані формуються у вигляді текстового файлу або за допомогою діалогу, де відтворюються такі значення:

- 1) Ознака максимізації або мінімізації;
- 2) Загальна кількість змінних задачі (N), яка включає інформаційні (з початкової лінійної форми), додаткові-структурні (для приведення лінійної форми до канонічного виду) та штучні змінні (для формування початкового прийняттого базису);
- 3) кількість обмежень задачі (M);
- 4) кількість інформаційних змінних задачі (IN);
 - номер першої цілочисельної змінної ('нижня границя' зони цілочисельних змінних);
 - номер останньої цілочисельної змінної ('верхня границя' зони цілочисельних змінних);
- 5) значення коефіцієнтів цільової функції $C_i, i=1,N$;
- 6) M наборів, які описують обмеження, де першим стоїть значення ресурса B_j , а далі N коефіцієнтів A_{ij} при змінних в обмеженнях. Всі ці значення можуть бути не цілими.
- 7) M номерів змінних (цілочисельних змінних) початкового прийняттого базису.

Коефіцієнти C_i штучних змінних слід вибирати на декілька порядків більшими, ніж найбільше за модулем значення, використане у вхідній таблиці.

Учбова програма повинна працювати хоча б в одному з двох режимів - діалоговому або командному. В діалоговому усі дані та результати розрахунку відтворюються на екрані, а в командному - у вихідному файлі результатів, який вказується програмі у командному рядку, наприклад

LP(DLP) ім'я_файлу_данних > ім'я_файлу_результатів.

Вихідні результати повинні бути представлені в такій формі:

- 1) Значення ЦФ.
- 2) Значення змінних оптимального плану для прямої задачі. Не виводяться змінні, значення яких в оптимальному плані дорівнюють нулю.
- 3) Значення змінних оптимального плану для задачі подвійності.

4. Приклад підготовки даних та інтерпретації результатів

Вхідні дані для задачі п.2.2 наведені в форматі файла даних учбової програми:

1
7
3
4
4 5 9 11 0 0 0
15
1 1 1 1 1 0 0
120
7 5 3 2 0 1 0
100
2 5 10 15 0 0 1
5 6 7

Одержаний результат має вигляд:

103.75 - значення ЦФ
X1 6.25 - інформаційні змінні задачі
X3 8.75
Y1 2.75 - змінні подвійної задачі
Y2 0.00
Y3 0.625

Обробка та інтерпретація одержаних результатів

Показник	Продукція				Всього
	A процес 1	A процес 2	B процес 3	B процес 4	
Обсяг продукції	6.25	0	8.75	0	
Трудовитрати - на одиницю продукції	1	1	1	1	15

- на партію	6.25	0	8.75	0	15
Витрати матеріалу Y					
-на одиницю продукції	7	5	3	2	120
-на партію	43.75	0	26.25	0	70
Витрати матеріалу Z					
- на одиницю продукції	2	5	10	15	100
- на партію	12.5	0	87.5	0	100
Прибуток					
- на одиницю продукції	4	5	9	11	
- на партію	25	0	78.75	0	103.75

Отже, виробництво продукції на базі процесів 1 та 3 дасть можливість одержати прибуток у розмірі 103.75 крб. Крім того, витрати матеріалу Y будуть не повними (подвійна змінна $Y_2=0$), що дозволяє зменшити його ресурс з 120 до 70. Якщо змінити значення ресурсу матеріала Z на одиницю, то ЦФ задачі отримає приріст на значення подвійної змінної $Y_3=0.625$.

5. Контрольні завдання

5.1. Умови завдання для розв'язання задачі об'ємного планування.

Значення параметрів задачі можуть бути обрані самостійно або за призначеним варіантом завдання.

Для виробничої системи, яка викладена у відповідному варіанті завдання, розробити об'ємний план випуску продукції (проведення робіт). Дослідити чутливість знайденого розв'язку задачі від параметрів задачі.

Завдання 1. Виробниче об'єднання виробляє і відвантажує своїм споживачам два види продукції: пиломатеріали і фанеру. Згідно умовам поставок в запланований період необхідно виробити не менше як P1 куб.м пиломатеріалів і P2 кв.м фанери. Прибуток з 1 куб.м пиломатеріалів становить C1 крб., а з 100 кв.м фанери - C2 крб. Щоб отримати 1 куб.м пиломатеріалів, необхідно витратити A1 куб.м ялини та A2 куб.м ялиці, а щоб виготовити 100 кв.м фанери - A3 куб.м ялини та A4 куб. м ялиці. На складі об'єднання знаходиться B1 куб.м ялини і B2 куб.м ялиці. Визначити обсяг поставок продукції споживачам, при яких об'єднання матиме максимальний прибуток.

Параметр завдання	Варіант			
	1	2	3	4
P1	10	25	10	15
P2	120	120	120	10
C1	16	17	6	40
C2	60	600	70	1000
A1	1	2	2	10
A2	3	1	3	14
A3	5	100	10	2
A4	10	500	90	3
B1	90	700	60	200
B2	180	1500	120	270

Завдання 2. Сталеливарний завод виконує замовлення на виробництво ливарних виробів, для виготовлення яких необхідна чиста сталь і металобрухт. Виробничі витрати заводу із розрахунку на 1 кг чистої сталі складають C1 крб., а на 1 кг металобрухту - C2 крб. Замовлення передбачає постачання не менше Z т ливарних виробів. Запаси сталі на складі обмежені і не перевищують P1 т, а запаси металобрухту - P2 т. Технологічні умови виготовлення ливарних виробів мають бути такими: співвідношення ваги металобрухту до ваги чистої сталі в процесі одержання ливарних виробів не повинно перевищувати A2:A1; час ливарного процесу не повинен перевищувати T годин; на 1 т сталі йде B1 години, а на 1 т металобрухту - B2 години виробничого часу. Визначити обсяг використання сталі та металобрухту, таким чином щоб виробничі витрати на виготовлення ливарних виробів були мінімальні.

Параметр завдання	Варіант			
	1	2	3	4
C1	3	5	2	4
C2	5	3	5	8
Z	5	5	6	6
P1	4	6	5	5
P2	6	4	6	6
A1	8	8	2	1
A2	7	12	4	5
T	18	12	14	12
B1	3	3	2	3
B2	2	2	1	1

Завдання 3. Радіозавод випускає радіоприймачі 3 різних моделей, кожна з яких дає прибуток у розмірі ($C_i | i=1,3$). Завод повинен виготовити за тиждень не менш як ($P_i | i=1,3$) моделей. Кожна модель із розрахунку на 10 приймачів має такі часові характеристики: A_{1i} години на виготовлення деталей, A_{2i} години на складання, A_{3i} година на пакування; $i=1,3$. За плановий тиждень завод може витратити на виробництво деталей до B_1 годин, на складання до B_2 годин і на пакування до B_3 годин. Визначити обсяги випуску моделей, які б принесли максимальний прибуток.

Параметр завдання	Варіант			
	1	2	3	4
C1	8	5	2	7
C2	15	8	3	11
C3	25	8.5	5	15
P1	100	20	100	50
P2	150	10	60	60
P3	75	15	90	90
A11	3	2	2	6
A21	4	4	3	2
A31	1	1	1	2
A12	3.5	5	5	3
A22	5	5	3	3
A32	1.5	2	2	5
A13	5	3	3	9
A23	8	8	6	5
A33	3	3	3	6
B1	150	250	100	450
B2	200	200	150	100
B3	58	65	95	100

Завдання 4. Нафтопереробний комбінат з двох сортів нафти виробляє дві марки бензину, використовуючи для цього два технологічних процеси. Технологічні умови застосування цих процесів ($i=1,2$) мають бути такими: з A_{i1} одиниць об'єму сирової нафти₁ і A_{i2} одиниць об'єму сирової нафти₂ виходить B_{i1} одиниць об'єму бензину₁ і B_{i2} одиниць об'єму бензину₂. Максимальна кількість запасів сирової нафти, яку на комбінаті можуть зберігати, становить Z_1 і

Z2 одиниць об'єму відповідно. За умовами поставок потрібно виробити не менше P1 одиниць об'єму бензину1 і P2 одиниць об'єму бензину2. Прибуток з одиниці об'єму продукції, одержаної за допомогою технологічних процесів, складають C1 і C2 у.о. відповідно. Визначте оптимальні обсяги вироблюваного бензину, реалізація яких дасть максимальний прибуток.

Параметр завдання	Варіант			
	1	2	3	4
A11	1	1	3	1
A12	3	2	2	3
B11	5	1	2	3
B12	2	4	4	1
A21	4	1	4	5
A22	2	3	7	4
B21	3	4	4	2
B22	8	6	8	4
Z1	100	100	150	150
Z2	150	150	190	100
P1	200	100	130	90
P2	75	75	110	145
C1	30	50	25	35
C2	55	30	25	45

Завдання 5. Промислове підприємство випускає 3 різних продукти, кожний з яких одержується шляхом переробки деякого матеріалу. Придбання матеріалу проводиться у двох постачальників. При цьому обсяг і-го продукту, який можна отримати з 1 тони матеріалу j-го постачальника становить A_{ij} тон, а прибуток від реалізації всієї продукції, виготовленої з 1 тони матеріалу j-го постачальника складає C_j у.о. Яку кількість матеріалу слід придбати у постачальників, щоб виробництво продукції не перевищувало ($V_i | i=1,3$) тон, а загальний прибуток від реалізації був найбільший.

Параметр завдання	Варіант			
	1	2	3	4
A11	0.2	0.1	0.2	0.3
A21	0.2	0.4	0.3	0.5
A31	0.3	0.2	0.2	0.1
A12	0.3	0.3	0.5	0.4

A22	0.1	0.1	0.2	0.2
A32	0.3	0.2	0.3	0.1
C1	5	6	3	7
C2	6	5	7	5
B1	17	17	14	10
B2	11	11	15	12
B3	24	13	10	16

Завдання 6. Ремонтна ланка з 4-х чоловік виконує замовлення на підготовку 3-х одиниць основного обладнання до випуску продукції. Оплата праці j -го робітника за тарифом ремонту i -го обладнання складає A_{ij} у.о./год, а загальні витрати на ремонт i -го обладнання - V_i у.о. Визначте загальний час роботи кожного робітника, за який ланка отримає загальний максимальний прибуток, якщо "прибутковість" використання робітників дорівнює ($C_{jj}=1,4$) у.о./год.

Параметр завдання	Варіант			
	1	2	3	4
A11	1	5	2	2
A12	1	5	2	3
A13	1	5	2	1
A14	1	5	2	4
A21	4	1	10	2
A22	5	2	5	5
A23	3	6	7	2
A24	2	3	8	7
A31	3	3	4	4
A32	5	4	6	7
A33	10	2	3	5
A34	15	1	1	10
B1	25	320	80	70
B2	100	220	280	120
B3	120	150	220	210
C1	4	11	7	2
C2	5	13.5	5	2
C3	4	10	3	3
C4	3	7	2	6

Завдання 7. Будівельний комбінат випускає j -видів напівфабрикатів, кожний з яких складається з i -типів компонент. Процес виробництва

напівфабрикатів регламентується нормою витрат компонентів на 1 кг напівфабрикату - A_{ij} . Максимальна кількість компонент, які є у розпорядженні фабрики становить M_i кг, а дохід, одержуваний з 1кг напівфабрикату j -го виду складає P_j . Необхідно виробити не менш D_j кг напівфабрикатів кожного виду. Потрібно визначити оптимальний план випуску, що забезпечить максимальний сукупний дохід комбінату.

Параметр завдання	Варіант			
	1	2	3	4
i	3	3	2	3
j	3	2	3	3
A_{ij}	A11=1.6 A12=1.0 A13=0.8 A21=0.4 A22=0.5 A23=1.7 A31=1.3 A32=0.6 A33=0.3	A11=1.3 A12=1.6 A21=0.6 A22=0.3 A31=0.7 A32=0.9	A11=1.5 A12=1.3 A13=0.9 A21=0.5 A22=1.2 A23=0.8	A11=1.5 A12=1.3 A13=0.7 A21=1.4 A22=0.7 A23=1.2 A31=0.8 A32=0.3 A33=0.6
M_i	M1=257 M2=264 M3=273	M1=165 M2=120 M3=145	M1=250 M2=240	M1=254 M2=268 M3=247
P_j	P1=55 P2=47 P3=38	P1=48 P2=54	P1=56 P2=61 P3=34	P1=67 P2=56 P3=45
D_j	D1=64 D2=55 D3=49	D1=54 D2=47	D1=62 D2=58 D3=60	D1=46 D2=63 D3=56

Завдання 8. Машинобудівне підприємство виробляє дрібні деталі для промислових виробів і продає їх через своїх i -посередників за фіксованою ціною V у.о. за штуку. Обсяг місячних поставок деталей посередникам складає P_i штук. Виробничі потужності підприємства, що складає з j -цехів, характеризуються величиною припустимого обсягу виробництва - D_j штук на місяць, собівартістю виготовлення однієї деталі - C_j у.о. і транспортними витратами кожного цеху при доставці однієї деталі посередникам - R_{ij} у.о.

Визначити оптимальний обсяг випуску продукції в кожному цеху, що забезпечує максимальний прибуток підприємства.

Параметр завдання	Варіант			
	1	2	3	4
i	3	3	3	3
j	2	2	2	2
B	200	150	175	250
Pi	P1=1500 P2=1600 P3=1400	P1=1300 P2=1700 P3=1300	P1=1400 P2=1600 P3=1200	P1=1600 P2=1800 P3=1700
Dj	D1=2500 D2=2000	D1=2300 D2=2200	D1=2300 D2=2300	D1=1300 D2=4000
Cj	C1=20 C2=15	C1=10 C2=25	C1=20 C2=10	C1=25 C2=15
Rij	R11=100 R12=110 R21=105 R22=102 R31=95 R32=109	R11=110 R12=100 R21=95 R22=105 R31=90 R32=95	R11=120 R12=90 R21=100 R22=95 R31=105 R32=110	R11=180 R12=190 R21=185 R22=200 R31=215 R32=200

Завдання 9. Транспортна авіакомпанія здійснює обслуговування i -пунктів літакам j -типів. Вантажопідйомність літака кожного типу встановлена в межах P_j тонн, потреба кожного пункту не менш D_i тонн, а в розпорядженні авіакомпанії знаходиться N_j літаків кожного типу. Витрати, пов'язані з перелітом літаків за маршрутом «центральный аеродром-пункт призначення» визначені в розмірі A_{ij} у.о. за переліт. Необхідно знайти оптимальний план перевезення вантажів літаками з мінімальними витратами, причому переліт недозавантаженого літака сплачується як за повний.

Параметр завдання	Варіант			
	1	2	3	4
i	3	3	3	3
j	2	2	2	2
Pj	P1=1 P2=2 P3=2	P1=2 P2=1 P3=2	P1=2 P2=2 P3=2	P1=2 P2=2 P3=1
Di	D1=36 D2=48	D1=48 D2=72	D1=48 D2=68	D1=42 D2=66

N _j	N1=72 N2=72 N3=48	N1=84 N2=49 N3=85	N1=65 N2=56 N3=75	N1=68 N2=58 N3=46
A _{ij}	A11=10 A12=15 A13=20 A21=25 A22=30 A23=35	A11=25 A12=45 A13=20 A21=35 A22=37 A23=42	A11=34 A12=38 A13=26 A21=36 A22=41 A23=52	A11=34 A12=25 A13=26 A21=40 A22=32 A23=35

Завдання 10. Сільськогосподарське підприємство здійснює вирощування n сільськогосподарських культур на m полів (угідь). На кожному з угідь може бути засіяна одна чи декілька культур. Установлено врожайність культури j на полі i - a_{ij} центнерів з гектара, площа поля i - d_i гектарів, заданий план виробництва кожної культури - b_j центнерів, а також закупівельні ціни сільськогосподарських культур - c_j карбованців за центнер. Потрібно визначити план засівби посівних площ з метою максимізації доходу від продажу продукції.

Параметр завдання	Варіант			
	1	2	3	4
i	3	3	3	3
j	2	2	2	2
C_j	C1=640 C2=495	C1=580 C2=450	C1=600 C2=500	C1=435 C2=545
D_i	D1=95 D2=150 D3=115	D1=110 D2=120 D3=130	D1=125 D2=130 D3=140	D1=120 D2=100 D3=105
B_j	B1=1523 B2=1298	B1=1350 B2=1420	B1=1450 B2=1780	B1=1375 B2=1550
A_{ij}	A11=26.8 A21=17.1 A31=20.7 A12=22.6 A22=18.5 A32=19.8	A11=30.5 A21=20.4 A31=25.9 A12=17.2 A22=19.6 A32=23.4	A11=25.2 A21=24.5 A31=23.2 A12=19.6 A22=17.3 A32=22.6	A11=17.5 A21=21.5 A31=22.4 A12=20.2 A22=24.3 A32=19.2

5.2. Умови завдання для розв'язання задачі календарного планування.

Значення параметрів задачі можуть бути обрані самостійно або за призначеним варіантом завдання.

Для виробничої системи, яка викладена у відповідному варіанті завдання, розробити календарний план випуску продукції (проведення робіт) за умов, що плановий період складається з R інтервалів, виробнича програма - це цілочисельний результат задачі планування обсягу випуску продукції, всі наявні матеріальні ресурси розподіляються за інтервалами у співвідношенні W , мінімальною одиницею продукції є U , а потреба в продукції перевищує виробничу програму. Дослідити зв'язок календарних планів при варіації наступних параметрів задачі календарного планування:

1) кількість інтервалів R (при збереженні заданої пропорції W в розподілі ресурсів у плановому періоді);

2) організаційні умови використання ресурсів системи (2.1)-(2.3) (в залежності від змісту розподіляємих за інтервалами ресурсів).

Завдання	Варіант	R	W	U	Додаткові умови
1	1	3	2:1:1	1 куб. м та 1 кв. м	
1	2	3	1:1:2	-\\-	
1	3	4	1:1:1:1	-\\-	
1	4	4	1:2:1:1	-\\-	
2	1	3	1:2:2	100 кг	
2	2	3	3:3:4	-\\-	
2	3	4	4:5:6:5	-\\-	
2	4	4	6:5:5:4	-\\-	
3	1	3	2:1:2	1 шт	
3	2	3	2:3:5	-\\-	
3	3	5	1:1:1:1:1	10 шт	
3	4	5	1:2:3:3:1	-\\-	
4	1	3	3:1:1	1 об'єм	
4	2	3	1:1:3	-\\-	
4	3	4	5:3:1:1	-\\-	
4	4	4	1:3:4:2	-\\-	
5	1	3	5:3:2	1 об'єм	
5	2	3	2:4:4	-\\-	
5	3	4	1:3:2:4	-\\-	
5	4	4	4:3:2:1	-\\-	
6	1	3	1:3:1	1 година	
6	2	3	2:2:1	-\\-	

Ритмічність поставок та складські запаси змінюються згідно W , плановий період - T .

Плановий період з R змін по 8 годин

6	3	4	4:4:1:1	-\\-	
6	4	4	1:2:3:4	-\\-	
7	1	3	1:2:3	1 единица	
8	1	3	3:1:2	-\\-	
9	1	3	2:1:3	-\\-	
10	1	3	2:3:1	1 центнер	

Комп'ютерний практикум № 2

ДОСЛІДЖЕННЯ ЗАДАЧІ ОПЕРАТИВНОГО ПЛАНУВАННЯ РОБОТИ ТЕХНОЛОГІЧНОГО УСТАТКУВАННЯ

1. Мета та порядок виконання завдання практикуму

Мета виконання: вивчення методики розв'язання задачі оперативного планування за допомогою машинної реалізації методів складання розкладу роботи виробничого устаткування в різних умовах реалізації технологічних процесів обробки деталей.

Порядок виконання:

1. Ознайомитись з теоретичним матеріалом.
2. Скласти процедуру розрахунку розкладу роботи технологічного устаткування згідно з номером завдання.
3. Розв'язати задачу, розробивши або застосувавши учбову програму.
4. Провести інтерпретацію отриманих результатів та виконати їх аналіз.
5. Підготувати звіт.

2. Основні теоретичні відомості

Організація оперативно-диспетчерського управління виробництвом ґрунтується на деталізації для виконавців раніше розрахованого календарного плану випуску продукції в межах заданого планового інтервалу. Реалізація цієї функції здійснюється задачею оперативного планування, результатом якої є не тільки часове, як в календарному плануванні, але і просторове упорядкування комплексу запланованих робіт. Просторове упорядкування виражається у визначенні кожному виконавцю плану робіт з окремих операцій. В ГВС оперативний плановий інтервал, як правило, не перевищує зміни (добы), а виконавцем є технологічне устаткування.

Математичною формою подання задач даного класу є дискретна оптимізаційна модель, а методологією рішення - дискретне лінійне програмування (ДЛП) та імітаційні методи дослідження.

2.1. Постановка задачі оперативного планування

Об'єктами процесу планування є роботи - технологічні операції, що виконуються над партіями деталей, для яких необхідно визначити розклад (порядок та час) проходження через устаткування при фіксованих технологічних маршрутах обробки. Технологічний маршрут деталі попередньо встановлює порядок виконання технологічних операцій на устаткуванні, але він не визначає термінів надходження деталей. Технологічні маршрути складаються як послідовні або циклічні порядки застосування технологічних операцій та можуть бути повністю або частково однакові для усіх обробляємих деталей.

Формально задача оперативного планування подається таким чином.

Номенклатурний перелік продукції, яка виробляється на m групах устаткування ($k = \overline{1, m}$), складається з n найменувань деталей ($j = \overline{1, n}$). Виготовлення партії деталей кожного найменування заздалегідь визначено послідовністю проходження деталей через групи устаткування, яку називають технологічним маршрутом $G_j = (L_{ij} | i = \overline{1, M_j})$, де L_{ij} - технологічна операція, яка виконується i -ою за порядком виготовлення j -ої деталі; M_j - кількість операцій, які виконуються над j -ою деталлю.

У маршруті технологічні операції $L_{ij} = (Q_{ij}, T_{ij})$ мають такі характеристики:

$Q_{ij} = k$ - номер групи обладнання, налагодженого на виконання операції L_{ij} ;

T_{ij} - нормативна тривалість виконання операції L_{ij} .

Необхідно скласти розклад $P = (T_{ij}^n | i = \overline{1, M_j}, j = \overline{1, n})$, який визначає моменти початку виконання операцій L_{ij} (моменти запуску партії деталей на одиницях устаткування) і задовольняє системі обмежень:

- умова виконання технологічної послідовності $T_{ij}^n \geq T_{i-1, j}^K$;

- умова виконання технологічних маршрутів G_j ;

- умова виконання операцій без перерв $T_{ij}^K = T_{ij}^H + T_{ij}$;

- умова виконання в кожний момент часу тільки однієї операції на одиниці устаткування $\forall L_{i1j1}, L_{i2j2} : (Q_{i1j1} = Q_{i2j2}) \Rightarrow (T_{i1j1}^K \leq T_{i2j2}^H) \vee (T_{i2j2}^K \leq T_{i1j1}^H)$, де T_{ij}^K - момент закінчення виконання операції L_{ij} .

Розклад роботи устаткування з обробки деталей може бути поданий у вигляді часових діаграм Гантта, в яких відтворені паралельні процеси виконання технологічних операцій з обробки деталей на кожній одиниці устаткування (рис.1). При цьому кожна одиниця устаткування має свій власний процес виконання операцій, який подається як послідовність у часі відрізків - технологічних операцій обробки відповідних деталей, про що робиться відмітка над відрізком. Тобто, у діаграмі горизонтальна координата відтворює час, а вертикальна – номер устаткування.

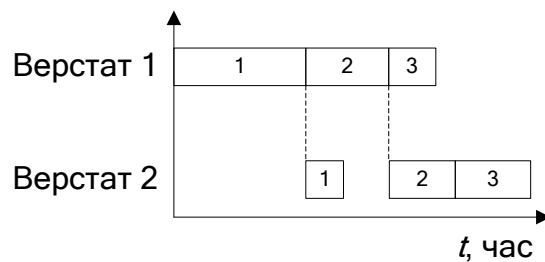


Рис.1 Діаграма Гантта розкладу роботи устаткування

У такій діаграмі для кожного устаткування (верстата) вибирається своя часова вісь і відкладається час обробки деталей на відповідному верстаті з моменту початку до моменту закінчення обробки деталі. При цьому кожна деталь в будь-який момент часу може оброблятися тільки на одному верстаті, якщо на верстаті в цей час не обробляється інша деталь. На кожному верстаті також може оброблятися тільки одна деталь.

Пошук найкращого розкладу виконується за критерієм ефективності, вибір якого індивідуально залежить від економічних, організаційних та технічних особливостей роботи конкретного виробничого підрозділу в умовах досягнення найбільших показників господарської діяльності. Відомо, що від структури планованого розподілу деталей по устаткуванню (переналадок у

просторі) та розміру партій деталей (переналадок у часі) залежать значні виробничо-господарські показники. Тому процес побудови критерію ефективності складається з визначення показника оцінювання та вибору форми виразу оцінки в залежності від економічних умов організації виробництва.

Важливою характеристикою розкладу є коефіцієнт завантаження устаткування. Коефіцієнт завантаження дорівнює відношенню часу обробки деталей на цьому устаткуванні до всього часу його використання. Тобто від початку обробки на виробничій ділянці першої деталі до завершення обробки на цьому устаткуванні останньої деталі. Коефіцієнт завантаження обчислюють для кожної одиниці устаткування окремо, його значення завжди менше одиниці.

Найчастіше показником оцінювання в критерії визначають час виробничого циклу, фондівдачу (завантаження) устаткування, обсяг незавершеного виробництва, а формою оцінювання - сумарне, максимальне чи мінімальне значення показника або його середнього значення за плановий час.

Найбільш поширеними типами критеріїв є:

1) мінімізація виробничого циклу - часу випуску заданого обсягу продукції як сумарної тривалості обробки всіх деталей:

$$\min \left(\max_{i,j} \{ T_{ij}^K \} \right), \quad (1.1)$$

$$\min \left(\max_k \{ T_k^P + T_k^{PP} \} \right), \quad (1.2)$$

$$\min \left(\max_j \left\{ \sum_i (T_{ij}^{Oч} + T_{ij}) \right\} \right), \quad (1.3)$$

де T_k^P - сумарний час виконання операцій на k -й одиниці устаткування,

T_k^{PP} - сумарний час простоїв k -ої одиниці устаткування,

$T_{ij}^{Oч}$ - очікування j -ої деталі перед обробкою на i -й операції;

2) оптимізація використання устаткування (фондовіддачі):

- максимізація завантаження устаткування, а саме –

а) мінімального - $\max \left(\min_k \{ K_k^3 \} \right), \quad (2.1)$

$$\text{б) загального} - \max \left(\sum_k K_k^3 \right), \quad (2.2)$$

де $K_k^3 = T_k^P / (T_k^P + T_k^{IP})$ - коефіцієнт завантаження k -ї одиниці устаткування;

- мінімізація часу простою устаткування, а саме –

$$\text{а) максимального} - \min \left(\max_k \{ T_k^{IP} \} \right), \quad (2.3)$$

б) максимального міжопераційного простою устаткування

$$\min \left(\max_{i,j} \{ T_{ij}^{IP} \} \right) \quad (2.4)$$

$$\text{в) загального} - \min \left(\sum_k T_k^{IP} \right), \quad (2.5)$$

де T_{ij}^{IP} – простій k -ї одиниці устаткування ($k=Q_{ij}$) перед виконанням операції L_{ij} ,

$T_k^{IP} = \sum_{(i,j|Q_{ij}=k)} T_{ij}^{IP}$ – сумарний простій k -ї одиниці устаткування;

- мінімізація середнього міжопераційного простою устаткування, а саме -

$$\text{а) максимального} - \min \left(\max_k \{ T_k^{IP} / N_k \} \right), \quad (2.6)$$

$$\text{б) загального} - \min \left(\sum_k T_k^{IP} / N_k \right), \quad (2.7)$$

де N_k – кількість операцій, що виконується на k -й одиниці устаткування або кількість одиниць простою у випадку, якщо устаткування виконує однакову кількість операцій;

3) мінімізація незавершеного виробництва:

- мінімізація очікування деталей перед обробкою, а саме

$$\text{а) максимального міжопераційного очікування} - \min \left(\max_{i,j} \{ T_{ij}^{оч} \} \right), \quad (3.1)$$

$$\text{б) максимального подетального очікування} - \min \left(\max_j \left\{ \sum_i T_{ij}^{оч} \right\} \right), \quad (3.2)$$

$$\text{в) загального очікування} - \min \left(\sum_{i,j} T_{ij}^{оч} \right) \quad (3.3)$$

- мінімізація середнього очікування деталей перед обробкою, а саме

$$\text{а) максимального} - \min \left(\max_j \left\{ \sum_i T_{ij}^{оч} / M_j \right\} \right), \quad (3.4)$$

$$\min \left(\max_j \left\{ \sum_i T_{ij}^{oc} / N_j \right\} \right), \quad (3.5)$$

$$\text{б) загального} - \min \left(\sum_{i,j} T_{ij}^{oc} / M_j \right), \quad (3.6)$$

$$\min \left(\sum_{i,j} T_{ij}^{oc} / N_j \right), \quad (3.7)$$

де N_j - кількість одиниць часу очікування j -ї деталі перед обробкою (може застосовуватися у випадку, якщо M_j однакове для всіх деталей).

Кожен з наведених типів критеріїв орієнтований на задоволення тільки власного показника ефективності виробництва. Проте, перший є деякою мірою більш загальним та багатофункціональним по відношенню до другого та третього, тому що може їх оптимізувати при різних технологічних умовах організації виробництва. Так, якщо усі деталі обробляються за однаковим технологічним маршрутом, то використання першого критерію означає також оптимізацію використання устаткування, тобто мінімізацію простою.

Частіше в реальних виробничих умовах необхідно вирішувати задачу оперативного планування, враховуючи одночасно декілька критеріїв. Одним з засобів розв'язання багатокритеріальної задачі є створення компромісного критерію. Його створення передбачає наступне:

- для кожного локального критерію ($E_i | i=1, r$) розв'язується задача оптимізації і обчислюється її екстремальне значення E_i^* ;

- задаються вагові коефіцієнти пріоритету λ_i та визначаються рівняння відхилень $V_i = E_i - E_i^*$ кожного критерію від свого оптимального значення у кожному іншому випадку розв'язання задачі;

- будується вираз компромісного критерію з використанням –

а) адитивної функції
$$\min \left(\sum_i \lambda_i \cdot V_i \right)$$

б) функції рівномірного відхилення
$$\min \left(\sum_i \lambda_i \cdot V_i / E_i^* \right);$$

- розв'язується задача із застосуванням компромісного критерію або серед раніше знайдених рішень обирається те, яке оптимізує компромісний критерій.

Важливими показниками якості сформованого розкладу з точки зору його реалізації при оперативно-диспетчерському управлінні виступають простой устаткування, час очікування деталей перед обробкою та локальні резерви часу.

Простій - це інтервал часу між завершенням виконання попередньої операції та початком наступної за розкладом роботи устаткування. Простой бувають доопераційні (час до початку виконання першої операції на обладнанні) та міжопераційні.

Очікування - це інтервал часу між завершенням виконання обробки деталі на попередньої за технологічним маршрутом операції та початком виконання наступної операції.

Локальний резерв - це інтервал часу, на який можна збільшити тривалість операції, не змінюючи момент початку наступної за розкладом робіт операції.

Локальний резерв операції L_{ij} розраховується як мінімальне значення між простоем устаткування $k=Q_{ij}$ після виконання операції L_{ij} та часом очікування j -ої деталі перед обробкою на операції L_{i+1j} :

$$T_{ij}^{LP} = \min \{ T_k^{PP}, T_{i+1,j}^{Oч} \},$$

$$T_k^{PP} = T_{gh}^P - T_{ij}^K,$$

$$T_{i+1,j}^{Oч} = T_{i+1,j}^P - T_{ij}^K,$$

де $T_{i+1,j}^{Oч}$ - час очікування j -ої деталі перед обробкою на операції $L_{i+1,j}$;

T_k^{PP} - час простою k -го устаткування після виконання операції L_{ij} ;

L_{gh} - наступна після L_{ij} операція, що виконується на цьому устаткуванні $k=Q_{ij}=Q_{gh}$.

Резерв створюється як за рахунок неможливості повного завантаження устаткування навіть за умови оптимального розв'язання задачі оптимального планування, так і за рахунок цілеспрямованого введення його у розклад роботи. Основне призначення локального резерву полягає у використанні його в оперативно-диспетчерському управлінні з метою компенсування зовнішніх

впливів на час виконання операцій. Також резерви можуть бути використані для включення у розклад роботи додаткових робіт, що не порушують основну структуру розкладу, але підвищують завантаження устаткування.

2.2. Методи розв'язання задачі складання розкладу роботи технологічного устаткування

Усі методи розв'язання задач цього типу умовно розбивають на два основні класи:

- аналітичні методи, які ґрунтуються на апараті дискретної оптимізації;
- імітаційні методи, які ґрунтуються на імітації роботи об'єкту планування та використання повного або часткового перебору варіантів запуску деталей в обробку.

Існуючі аналітичні методи звичайно прямо або непрямо пов'язані з перебором варіантів, але їх працемісткість експоненційно залежить від розмірності задачі. Відомі методи відсіювання варіантів типу "гілок та границь" дозволяють зменшити, іноді суттєво, коефіцієнт пропорційності в залежності між працемісткістю алгоритму та розмірністю задачі і тим самим поширити область практичного застосування переборних алгоритмів. Однак експоненційний характер цих алгоритмів для задач у загальному вигляді залишається незмінним.

Проте існує клас окремих задач оперативного планування, що мають аналітичні алгоритми вирішення не експоненційного характеру складності. Ці задачі мають обмеження у застосуванні, пов'язані з вихідними умовами задачі, наприклад, однаковий час або маршрут обробки, обмежену кількість устаткування - одне, два або три, та інше. Тобто ефективні аналітичні методи існують тільки для простих випадків формулювань задач оперативного планування.

Типовим представником таких задач, в яких відображаються найбільш поширені умови виробництва є задача Джонсона про два верстати", що має оптимальний алгоритм розв'язання. Виробнича дільниця складається з двох

одиниць устаткування (верстатів), яке обробляє вироби n -типів за однаковим технологічним маршрутом. Тобто деталі повинні послідовно пройти через усе устаткування. Встановлено трудомісткість операцій обробки j -ої деталі ($j = \overline{1, n}$) на i -ому ($i = \overline{1, 2}$) верстаті T_{ij} . Необхідно визначити черговість запуску-випуску деталей за критерієм мінімізації виробничого циклу (загального часу) виготовлення усіх виробів.

Задача Джонсона відноситься до конвеєрних задач, коли всі деталі обробляються на верстатах в одній і тій же послідовності.

Є також обмеження, які полягають у наступному:

1. На одному верстаті одночасно не може оброблятися більше однієї деталі.

2. Одна деталь одночасно не може оброблятися на кількох верстатах. Причому обробка будь-якої деталі на першому верстаті повинна завершитися раніше, ніж почнеться її обробка на другому верстаті.

Очевидно, що для отримання оптимального рішення потрібно мінімізувати сумарний час простою другого устаткування в очікуванні завершення обробки деталей на першому.

Велика заслуга Джонсона виявилася не тільки в тому, що він звернув увагу на різну тривалість обробки деталей на верстатах в залежності від їх порядку обробки, але і запропонував алгоритм побудови оптимального за часом розкладу обробки деталей на двох верстатах при зазначених вище припущеннях. Нажаль, задача Джонсона виявилася однією з двох в теорії розкладів, для якої може бути побудований алгоритм формування оптимальних розкладів. Для інших задач, особливо для задач, які мають прикладне значення, поки таких алгоритмів побудувати не вдається.

Оптимальний порядок обробки деталей у задачі Джонсона визначається за допомогою наступної теореми:

Принципом оптимальності черговості запуску за визначеним критерієм ефективності є $\min(T_{1k}, T_{2l}) \leq \min(T_{1l}, T_{2k})$, якщо деталь k йде раніше деталі l .

За допомогою цієї нерівності формується наступний алгоритм оптимізації:

1. Знайти операцію з найменшою тривалістю у таблиці трудомісткостей обробки деталей T_{ij} .

2. Якщо вона відноситься до першого верстата, то відповідну деталь розташувати першою у списку. Якщо операція відноситься до другого верстата, то деталь розташувати останньою. Якщо знайшлися рівні значення, то для визначеності деталь з меншим номером розташувати першою. Якщо мінімальних значень декілька, то розглянути їх по черзі.

3. Викреслити з таблиці рядок розглянутої операції.

4. Повторити пункти для решти деталей.

Оптимальний порядок обробки деталей у задачі Джонсона може також формуватися за алгоритмом, запропонованим Беллманом, який може бути описаний таким чином:

- всі деталі поділяються на дві групи. До першої належать деталі в яких $T_{1k} \leq T_{2k}$, а до другої - деталі в яких $T_{1k} > T_{2k}$;

- в першій групі деталі впорядковуються за зростання часу T_{1k} , а в другій - за зменшенням часу T_{2k} . В першій групі, якщо час обробки на першому верстаті виявився однаковим для декількох деталей, то першою з них запускається на обробку та, у якої час обробки на другому верстаті буде більшим. В другій групі, якщо час обробки на другому верстаті виявився однаковим для декількох деталей, то першою з них запускається на обробку та, у якої час обробки на першому верстаті буде меншим;

- загальна черговість запуску деталей визначається як послідовність обробки деталей з першої групи, а потім з другої групи.

Схожий алгоритм до розв'язання може застосовуватися і у випадку трьох верстатів для n деталей з однаковими маршрутами їх обробки. В цьому випадку принцип оптимальності набуває такого вигляду - $\min(T_{1k}+T_{2k}, T_{3l}+T_{2l}) \leq \min(T_{1l}+T_{2l}, T_{3k}+T_{2k})$, якщо деталь k йде раніше на обробку деталі l .

В результаті алгоритм Беллмана змінюється наступним чином:

- до першої належать деталі в яких $T_{1k}+T_{2k} \leq T_{3k}+T_{2k}$, а до другої - деталі в яких $T_{1k}+T_{2k} > T_{3k}+T_{2k}$;

- в першій групі деталі впорядковуються за зростанням часу $T_{1k}+T_{2k}$, а в другій - за зменшенням часу $T_{3k}+T_{2k}$.

Також цю задачу можна перетворити до задачі із двома верстатами, якщо подати час обробки на першому верстаті як $T_{1k}+T_{2k}$, а час обробки на другому, як $T_{3k}+T_{2k}$. А далі застосувати алгоритм задачі Джонсона.

В разі часткового проходження деталей через одиниці устаткування, таку ситуацію також можна звести до вихідної, прийнявши нульовий час роботи устаткування. Проте, якщо кількість устаткування перевищує три одиниці застосований принцип оптимальності та наведені алгоритми не можуть бути використані тому, що не дають оптимального розв'язання задачі.

Тому для практичних цілей та якщо маршрути обробки деталей різні найчастіше використовують евристичні алгоритми складання розкладів на базі вирішальних (пріоритетних) правил в режимі імітації роботи устаткування виробничої системи. У цьому режимі виконуються паралельна (одночасна) побудова діаграм Гантта для усіх одиниць технологічного устаткування, які беруть участь у процесі планування обробки виробів.

Використання таких правил для вирішення задач оперативного планування можна пояснити за допомогою схеми, представленої на рис. 2. Пріоритетними правилами при такій схемі побудови розкладу обробки визначається порядок запуску деталей на обробку.

Слід зазначити, що для вирішення одних задач з використанням пріоритетних правил визначається порядок запуску деталей на обробку для всієї виробничої системи, а для вирішення інших задач - порядок запуску деталей тільки на конкретне устаткування. Все залежить від поставленого завдання і обраної стратегії її вирішення. Але в переважній більшості при різних маршрутах обробки деталей правила застосовуються для визначення порядку запуску на конкретному устаткуванні.

Пріоритетні правила умовно можна розділити на два класи - прості і складні.

До простих пріоритетних правил відносять правила з однією передумовою. Передумови простих правил не можна представити у вигляді сукупності кількох передумов.

Комбіновані пріоритетні правила мають передумови, які подаються комбінацію простих передумов. Зазвичай комбіновані пріоритетні правила застосовують у тому випадку, коли неможливий однозначний вибір по простому правилу або коли необхідно розширити число врахованих параметрів і характеристик обробки.

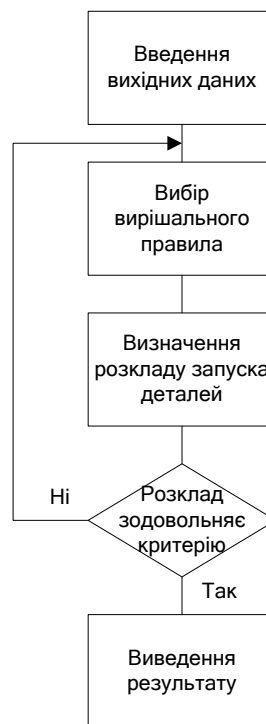


Рис. 2. Схема побудови розкладу за допомогою вирішальних правил

Алгоритм визначення розкладу за вирішальним правилом є таким:

0. Нехай у деякий момент часу T k -й верстат закінчив обробку поточної деталі.

1. Оброблена деталь заноситься у портфель робіт (перелік деталей, що очікують обробки) наступного за технологічним маршрутом верстата. Якщо є декілька варіантів технологічного маршруту, деталь одночасно заноситься у

відповідну кількість портфелів. Якщо виконана операція була останньою за технологічним маршрутом, тоді деталь виключається з розгляду.

2. Якщо портфель робіт k -го верстата порожній, то він буде переведений у стан простою. В іншому випадку за допомогою вирішального правила переваги з портфелю вибирається одна деталь та записується як поточна в розклад робіт даного верстата з зазначення часу завершення операції $T = T + T_{ij}$. Обрана таким чином деталь виключається з усіх портфелів, в котрих вона містилася.

3. Якщо в разі виконання п.1 з'явилась можливість завантажити верстат, який знаходиться у стані простою, то відповідна деталь записується в розклад робіт цього верстата, для якого формується нове значення часу завершення операції.

4. Обирається наступний верстат з мінімальним поточним значенням T та виконується перехід до п.0.

Планування ведеться до повного виконання усіх операцій над деталями або до тих пір, поки не буде побудований розклад на потрібний інтервал планування (змину/добу).

Правила, при виконанні умов яких деталі обробляються у протилежній послідовності, називаються антитетичними правилами. Їх застосування засноване на ідеї, що якщо одне правило, що задає якийсь порядок обробки, не привело до кращого результату, то антитетичне правило, що задає протилежну послідовність обробки, скоріше приведе до хорошого результату, ніж інші правила.

В якості вирішальних правил в алгоритмах імітаційного моделювання найчастіше використовуються наступні правила переваги (пріоритету):

1) правило SPT найкоротшої операції - з поточного портфелю робіт, які підготовлені до виконання на поточному верстаті, обирається деталь з мінімальним часом обробки; мета правила - якнайскоріше завантажити роботою наступні за технологічним маршрутом верстати;

2) правило MWKR максимальної залишкової трудомісткості - з поточного портфелю робіт, які підготовані до виконання, обирається деталь з

максимальною сумою часу обробки на всіх ще невиконаних операціях (тривалість решти операцій обробки максимальна); мета правила - закінчити обробку усіх деталей приблизно одночасно;

3) правило вирівнювання завантаження верстатів - з портфелю робіт обирається деталь, яка потім надходить на верстат, який має у даний час мінімальний за трудомісткістю портфель підготовлених робіт; мета правила - рівномірно завантажити верстати (правило можна використовувати при багатоваріантних маршрутах);

4) правило LUKR мінімальної залишкової трудомісткості - альтернатива (антитетичне) правилу 2, якщо тривалість всіх операцій обробки над деталлю, що залишилося виконати мінімальна, то дана деталь з портфелю обробляється першою;

5) правило LPT найдовшої операції – альтернатива (антитетичне) правилу 1, якщо час обробки деталі на поточній операції максимальне, то деталь з портфелю обробляється в першу чергу.

6) правило FIFO призначення у порядку надходження - з поточного портфелю робіт обирається деталь, яка надійшла в чергу на обробку до верстата першою;

7) правило LIFO - альтернатива (антитетичне) правилу 6.

8) правило FOPNR мінімального числа залишкових невиконаних операцій. Якщо кількість невиконаних операцій з обробки деталі мінімальне, то деталь з портфелю обробляється першою.

9) правило максимального числа залишкових невиконаних операцій - альтернатива (антитетичне) правилу 8. Якщо кількість невиконаних операцій з обробки деталі максимальне, то деталь обробляється першою.

10) правило RANDOM випадкового вибору. Послідовність запуску деталей на обробку визначається за допомогою датчика випадкових чисел. Це забезпечує однозначний вибір послідовності запуску. Однак в цьому правилі не враховуються знання та інформація про особливості роботи виробничої системи і умов обробки деталей.

Очевидно, що ці правила можуть не давати однозначної послідовності запуску деталей. Для побудови однозначної послідовності запуску деталей після застосування першого простого правила може бути застосовано друге (додаткове) просте правило, яке з безлічі альтернатив (обраних відповідно до першого правила) дозволяє вибрати одну. В якості такого додаткового правила, що дає однозначну послідовність запуску, можна використовувати правило визначення порядку за номером деталі, тобто якщо номер деталі мінімальний, то вона оброблюється першою.

На основі наведених вище простих правил може бути побудована велика кількість нових комбінованих правил. Прикладами комбінованих пріоритетних правил можуть бути такі правила:

1. Якщо час обробки деталі на поточній операції мінімальне і при цьому її номер менше, то деталь обробляється в першу чергу.

2. Якщо тривалість всіх, що залишилися операції по обробці деталі максимальне і при цьому її номер менше, то деталь обробляється першою.

3. Якщо кількість невиконаних операцій з обробки деталі максимальна і для таких деталей час операцій, що залишилися, мінімальний і номер деталі мінімальний, то деталь обробляється першою.

Із наведених правил видно, що всі вони мають евристичний характер, тобто з їх допомогою неможливо встановити та оцінити наближення до оптимальності отриманого рішення, але можна виробити "добре" рішення в залежності від їх призначення по застосуванню чи від критерію функціонування виробничої системи, для якої розробляється розклад роботи.

3. Вимоги до учбової програми

Учбова програма повинна бути призначена для проведення розрахунків задачі оперативного планування при однакових та різних технологічних маршрутах обробки деталей за схемою алгоритму задачі Джонсона, повного перебору варіантів запуску деталей та застосування вирішальних правил. За

допомогою цієї програми виконується побудова розкладу роботи устаткування та розрахунок показників якості та ефективності, які визначені завданням.

Вхідні дані формуються в вигляді текстового файлу або за допомогою діалогу, де записуються такі значення:

- 1) кількість обладнання m ;
- 2) кількість деталей n ;
- 3) матриця тривалостей обробки $T=[T_{ij}|i=1,m;j=1,n]$, де T_{ij} - трудомісткість обробки j -ої деталі на i -й операції (обладнанні).

Матриця T повинна записуватися послідовно по рядках.

Учбова програма повинна працювати в одному з двох режимів - діалоговому або командному. В діалоговому усі розрахунки подаються на екран, а в командному - у вихідний файл результатів, який вказується програмі у командному рядку, наприклад

TIMETABL ім'я_файлу_даних ім'я_файлу_результатів

Вихідні результати повинні бути представлені в такій формі:

- 1) кількість обладнання;
- 2) кількість деталей, які запущені на обробку;
- 3) загальний час обробки всіх деталей;
- 4) показники якості та ефективності;
- 5) матриця $P=[P_{ij}|i=1,m;j=1,n]$, де P_{ij} - час початку обробки j -ої деталі на i -му устаткуванні (операції).

Учбова програма повинна бути призначена для проведення розрахунків задачі оперативного планування за схемою алгоритму імітаційного методу моделювання. За допомогою цієї програми виконується побудова розкладу роботи обладнання ГВС з використанням евристичних правил переваги без врахування роботи транспортних засобів та операцій переналагодження.

Вхідні дані формуються в вигляді текстового файлу або за допомогою діалогу, де записуються такі значення:

- 1) кількість обладнання M ;

2) кількість деталей N ;

3) ознака виду вихідних даних та розрахунків F (див. п.3.2);

4) номер правила R ;

5) матриця технологічних маршрутів $TM=[TM_{ij}|i=1,N;j=1,M]$, де TM_{ij} - номер верстата, на якому виконується j -та операція технологічного маршруту обробки i -ої деталі;

6) матриця тривалостей обробки $TO=[TO_{ij}|i=1,N;j=1,m]$, де TO_{ij} - трудомісткість обробки i -ої деталі на j -й операції.

Матриці TM и TO повинні записуватися послідовно по рядках.

Учбова програма повинна працювати в одному з двох режимів - діалоговому або командному. В діалоговому усі розрахунки подаються на екран, а в командному - у вихідний файл результатів, який вказується програмі у командному рядку.

Результати можуть бути подані у такому вигляді:

1) кількість верстатів;

2) кількість деталей, які запуснені на обробку;

3) загальний час обробки всіх деталей;

4) матриця $RR=[RR_{ij}|i=1,N;j=1,M]$, де RR_{ij} - час початку обробки i -ої деталі на j -му обладнанні ($F=1$), або час початку j -ої операції технологічного маршруту обробки i -ої деталі ($F=0$).

4. Контрольні завдання

4.1. Складання розкладу для задачі Джонсона

Визначити порядок запуску в обробку партій деталей за умов послідовного проходження ними 3-х одиниць технологічного устаткування (верстатів) з урахуванням часу обробки T за критерієм мінімізації часу виробничого циклу, використавши алгоритм Джонсона та Беллмана. Розрахувати показники якості та ефективності P . Побудувати часові діаграми Гантта розкладів роботи. Порівняти результати.

Побудувати часові діаграми Гантта розкладів роботи зворотного до результату алгоритму Джонсона порядку обробки деталей. Порівняти та оцінити одержані результати за допомогою компромісного критерію R (1-адитивна функція, 2-рівномірне відхилення) ефективності, самостійно визначивши пріоритети показників ефективності.

Завдання	R	P	T
1	1	(1.1) (2.1)(2.3)(2.6) (3.1)(3.4)(3.6)	2 3 3 5 2 4 3 4 3 4 1 5
2	2	(1.2) (2.2)(2.4)(2.7) (3.2)(3.5)(3.7)	3 4 4 6 3 3 4 5 4 5 2 6
3	1	(1.3) (2.1)(2.5)(2.6) (3.3)(3.4)(3.7)	2 1 1 1 2 1 4 3 2 3 3 1
4	2	(1.1) (2.2)(2.5)(2.7) (3.3)(3.5)(3.6)	2 1 1 1 2 1 4 3 2 3 3 1
5	1	(1.2) (2.1)(2.4)(2.7) (3.2)(3.5)(3.6)	1 4 6 1 1 5 2 6 6 3 4 1
6	2	(1.3) (2.2)(2.3)(2.7) (3.3)(3.5)(3.6)	1 4 8 1 1 5 2 6 6 3 4 1
7	1	(1.1) (2.2)(2.5)(2.7) (3.3)(3.5)(3.6)	7 3 5 5 6 4 7 5 3 4 6 4
8	2	(1.2) (2.1)(2.4)(2.7) (3.2)(3.5)(3.6)	3 1 2 5 6 4 7 5 3 2 3 2
9	1	(1.3) (2.2)(2.3)(2.7) (3.3)(3.5)(3.6)	2 3 2 6 1 2 6 2 4 4 4 5

Завдання	R	P	T
10	2	(1.2) (2.2)(2.4)(2.7) (3.2)(3.5)(3.7)	2 3 4 6 1 1 5 2 2 4 4 4
11	1	(1.3) (2.1)(2.5)(2.6) (3.3)(3.4)(3.7)	4 3 3 3 4 3 6 5 4 5 5 1
12	2	(1.1) (2.1)(2.3)(2.6) (3.1)(3.4)(3.6)	4 2 3 3 2 3 6 4 4 4 5 1
13	1	(1.2) (2.2)(2.4)(2.6) (3.2)(3.5)(3.7)	4 1 2 3 2 2 2 4 4 4 1 1 2 2 3
14	2	(1.3) (2.1)(2.5)(2.7) (3.3)(3.4)(3.6)	1 1 4 4 1 1 3 1 2 4 2 3 1 3 3
15	1	(1.1) (2.2)(2.3)(2.7) (3.1)(3.5)(3.7)	5 2 4 4 1 3 3 3 2 2 2 1 3 1 4
16	2	(1.2) (2.1)(2.4)(2.6) (3.2)(3.4)(3.6)	1 3 2 4 3 3 4 1 5 2 4 3 3 2 1
17	1	(1.3) (2.2)(2.5)(2.7) (3.3)(3.5)(3.6)	5 3 4 2 4 3 1 2 4 1 3 2 4 1 3
18	2	(1.1) (2.1)(2.3)(2.6) (3.1)(3.4)(3.7)	6 3 4 2 4 3 1 2 4 1 3 2 5 1 3
19	1	(1.2)	2 1 3

Завдання	R	P	T
		(2.2)(2.4)(2.7) (3.2)(3.5)(3.7)	1 3 2 3 3 4 3 3 2 4 2 2
20	2	(1.3) (2.1)(2.5)(2.7) (3.3)(3.4)(3.6)	5 2 6 2 3 3 5 2 4 6 5 3 4 7 3
21	1	(1.1) (2.2)(2.3)(2.6) (3.1)(3.5)(3.6)	5 4 3 2 2 3 3 5 4 6 5 4 4 2 5
22	2	(1.2) (2.1)(2.4)(2.7) (3.2)(3.4)(3.7)	5 2 6 2 3 3 5 2 4 6 5 3 4 7 3
23	1	(1.3) (2.2)(2.5)(2.6) (3.3)(3.5)(3.7)	5 4 7 3 5 6 4 1 3 6 3 3 4 3 5
24	2	(1.1) (2.1)(2.3)(2.7) (3.1)(3.4)(3.6)	3 5 2 2 2 1 5 3 6 4 5 5 4 2 3
25	1	(1.2) (2.2)(2.4)(2.7) (3.2)(3.5)(3.6)	2 3 3 5 2 4 3 4 2 4 1 5 3 3 4
26	2	(1.3) (2.1)(2.5)(2.6) (3.3)(3.4)(3.7)	1 3 2 3 2 4 2 2 1 6 3 2 3 1 1
27	1	(1.1) (2.2)(2.3)(2.6) (3.1)(3.5)(3.7)	2 1 3 1 4 2 3 1 4 3 1 2

Завдання	R	P	T
			4 3 2
28	2	(1.2) (2.1)(2.4)(2.7) (3.2)(3.4)(3.6)	4 1 2 3 2 2 2 4 4 4 1 1 2 2 3
29	1	(1.3) (2.2)(2.5)(2.6) (3.3)(3.5)(3.6)	1 1 4 4 1 1 3 1 2 4 2 3 1 3 3
30	2	(1.1) (2.1)(2.3)(2.7) (3.1)(3.4)(3.7)	5 2 4 4 1 3 3 3 2 2 2 1 3 1 4

4.2. Складання розкладу для імітаційного моделювання

Скласти розклад роботи устаткування ГВС з M верстатів, що виробляють N деталей за технологічними маршрутами TM і тривалістю обробки TO , використавши встановлені правила переваги P . Побудувати діаграми Ганта розкладів роботи, визначивши для однозначного порядку запуску додаткове правила або комбіноване правило. Оцінити отримані результати та показники якості за критерієм ефективності R . Розрахувати локальні резерви часу, простої технологічного устаткування та час очікування деталей перед обробкою для найкращого варіанту за заданим критерієм ефективності.

Завдання	R	P	M	N	TM	TO
1	2	3,4	3	4	1 3 2 3 1 2 2 3 1 1 2 3	2 3 3 5 2 4 3 4 3 4 1 5
2	1	1,4	3	4	1 3 2 3 1 2 2 3 1 1 2 3	3 4 4 6 3 3 4 5 4 5 2 6
3	1	2,5	3	4	3 1 2 2 1 3 1 2 3	2 1 1 1 2 1 4 3 2

Завдання	R	P	M	N	TM	TO
					1 3 2	3 3 1
4	2	2,3	3	4	3 1 2 2 1 3 1 2 3 1 3 2	2 1 1 1 2 1 4 3 2 3 3 1
5	1	1,4	3	4	1 3 2 3 1 2 1 3 2 3 2 1	1 4 6 1 1 5 2 6 6 3 4 1
6	2	3,4	3	4	1 3 2 3 1 2 1 3 2 3 2 1	1 4 8 1 1 5 2 6 6 3 4 1
7	2	4,5	3	4	1 2 3 2 1 3 3 2 1 1 3 2	7 3 5 5 6 4 7 5 3 4 6 4
8	1	2,4	3	4	1 2 3 3 1 2 2 3 1 1 3 2	3 1 2 5 6 4 7 5 3 2 3 2
9	2	2,3	3	4	2 3 1 2 1 3 3 1 2 3 2 1	2 3 2 6 1 2 6 2 4 4 4 5
10	1	1,2	3	4	2 3 1 3 1 2 3 1 2 3 2 1	2 3 4 6 1 1 5 2 2 4 4 4
11	2	1,4	3	4	3 1 2 2 1 3 1 2 3 1 3 2	4 3 3 3 4 3 6 5 4 5 5 1
12	1	3,5	3	4	2 1 3 2 3 1 1 2 3 1 3 2	4 2 3 3 2 3 6 4 4 4 5 1
13	2	3,4	3	4	1 2 3 1 3 2 3 1 2 3 2 1	2 5 2 1 4 6 1 1 5 3 4 4
14	1	1,4	3	4	1 2 3 1 3 2	2 4 1 1 3 5

Завдання	R	P	M	N	TM	TO
					3 1 2 3 2 1	1 1 3 3 4 2
15	1	2,5	3	4	2 1 3 2 3 1 3 1 2 1 3 2	2 2 3 3 1 4 2 1 3 6 1 2
16	2	2,3	3	4	2 1 3 2 3 1 3 1 2 3 2 1	2 5 2 1 4 6 3 4 4 1 1 5
17	1	1,4	3	4	3 1 2 3 2 1 1 2 3 2 3 1	4 1 5 2 3 3 3 4 3 5 2 4
18	2	3,4	3	4	1 2 3 1 3 2 3 1 2 3 2 1	2 5 2 1 4 6 1 1 5 3 4 4
19	2	4,5	3	4	2 1 3 2 3 1 3 1 2 1 3 2	2 2 3 3 1 4 2 1 3 6 1 2
20	1	2,4	3	4	2 1 3 2 3 1 3 1 2 3 2 1	2 3 2 1 4 5 3 2 4 1 2 4
21	2	2,3	3	4	3 1 2 3 2 1 1 2 3 2 3 1	4 2 3 2 3 2 3 4 3 1 2 4
22	1	1,2	3	4	1 3 2 2 1 3 1 2 3 3 2 1	3 2 4 1 2 2 4 1 1 2 3 3
23	2	1,4	3	4	2 3 1 3 1 2 1 3 2 2 3 1	2 1 1 3 2 3 1 2 3 1 4 2
24	1	3,5	3	4	3 2 1 1 2 3 2 3 1 3 1 2	2 3 2 1 2 1 4 2 2 1 1 4
25	2	4,5	3	4	3 1 2	3 3 1

Завдання	R	P	M	N	TM	TO
					2 1 3 1 2 3 1 3 2	1 4 2 3 1 2 2 2 3
26	1	2,4	3	4	3 2 1 1 2 3 3 1 2 1 3 2	1 1 2 1 3 2 3 2 1 2 2 3
27	2	2,3	3	4	2 3 1 1 2 3 3 1 2 3 2 1	3 2 1 3 3 2 3 3 1 2 2 4
28	1	1,2	3	4	2 1 3 2 3 1 1 2 3 3 2 1	2 4 6 4 1 3 1 3 5 1 1 6
28	2	1,4	3	4	1 3 2 1 2 3 2 1 3 2 3 1	4 2 6 3 4 1 2 3 1 5 4 3
29	1	3,5	3	4	1 3 2 2 1 3 1 2 3 3 2 1	2 2 3 3 1 4 2 1 3 6 1 2
30	2	3,4	3	4	2 1 3 2 3 1 3 1 2 1 3 2	2 5 2 1 4 6 3 4 4 1 1 5

Комп'ютерний практикум № 3
ДИСКРЕТНО-ПОДІЙНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ТЕХНОЛОГІЧНИХ
ПРОЦЕСІВ ВИРОБНИЧОЇ СИСТЕМИ

1. Мета та порядок виконання завдання практикуму

Мета виконання: вивчення методики дискретно-подійного моделювання технологічних процесів виробничої системи за допомогою комп'ютерної реалізації апарату визначення та правила роботи сіток Петрі.

Порядок виконання:

1. Ознайомитись з теоретичним матеріалом.
2. За номером завдання подати сітку Петрі у теоретико-множинному та матричному визначенні.
3. Побудувати дерево досяжності та визначити типи вершин досяжних маркувань та властивості переходів, позицій і сітки в цілому.
4. Провести інтерпретацію отриманих результатів та виконати їх аналіз. Розробити або застосувати учбову програму для побудови дерева досяжності, за допомогою якої перевірити отримані результати.
5. Підготувати звіт.

2. Основні теоретичні відомості

Ефективним засобом моделювання дискретних процесів є сітки Петрі. Їх основні властивості полягають у можливості відображення паралелізму, асинхронності, ієрархічності моделюємих об'єктів більш простішими засобами. Тому використання сіток Петрі для дослідження ієрархічних дискретних систем, зокрема ГВС, є кращим.

Сітка Петрі - причинно-наслідкова модель уявлення подій, що виникають у процесі роботи дискретної системи. Процеси, які моделюються, подаються як множина подій та умов. Події - це дії, послідовність наступу яких керується становищами системи. Становища системи визначаються сукупністю умов, серед яких виділяють:

1) передумови - пов'язані з фактом наступу події;

2) післяумови - пов'язані з фактом здійснення події. Таким чином сітка Петрі уявляється сукупністю пов'язаних подій та умов, що виникають у системі яка моделюється.

Для завдання сіток Петрі найчастіше використовують такі способи, як теоретико-множинне визначення, графічне уявлення та матричне подання.

2.1. Теоретико-множинне визначення сіток Петрі

Формально сітка Петрі N може бути задана у вигляді наступної п'ятірки елементів:

$$N = (P, T, F, H, \mu_0),$$

де $P = \{p_1, p_2, \dots, p_n\}$ – кінцева непорожня множина позицій, які зображають умови в системі;

$T = \{t_1, t_2, \dots, t_m\}$ – кінцева непорожня множина переходів, які зображають події в системі;

$$P \cap T = \emptyset;$$

$F : P \times T \rightarrow \{0, 1, 2, \dots\}$ – функція інциденції, що, визначивши доумови здійснення подій, призначає кожному переходу вхідну множину позицій $\bullet t_j = \{p_i \mid F(p_i, t_j) \neq 0\}$;

$H : T \times P \rightarrow \{0, 1, 2, \dots\}$ – функція інциденції, що, визначивши постумови, призначає кожному переходу вихідну множину позицій $t_j \bullet = \{p_i \mid H(t_j, p_i) \neq 0\}$;

$\mu_0 : P \rightarrow \{0, 1, 2, \dots\}$ – початкове маркування (стан), яке через кількість $\mu_0(p_i)$ маркерів у позиції p_i сітки визначає виконання умов.

Слід зауважити, що перші чотири елементи визначають структуру системи, а останій елемент - динаміку поведінки системи, її початковий стан. Динаміка сітки пов'язана з рухом маркерів по позиціях у результаті спрацьовувань переходів, внаслідок чього створюються нові маркування позицій $\mu(p_i)$.

2.2. Графічне уявлення сіток Петрі

Графічно сітка Петрі - це дводольний орієнтований мультиграф, де:

- дводольність означає наявність двох типів вершин (позицій та переходів);

- орієнтованість означає, що всі дуги мають певний напрямок;

- мультиграф - дуги можуть мати кратність (вона позначається значенням понад дугою або кількістю дуг).

Графічне уявлення пов'язане з теоретико-множинним визначенням наступним чином (рис. 1):

- 1) позиції відображаються кругами;
- 2) переходи відображаються рисками;
- 3) функції F і H - орієтованими дугами, кількість або кратність яких визначається значенням функцій;
- 4) маркування сітки відображається кількістю маркерів у позиціях.

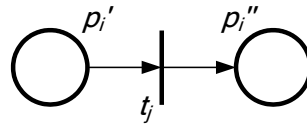


Рис. 1. Графічне подання елементів сітки Петрі

2.3. Матричне подання

Матричне подання це аналітичний спосіб уявлення сітки Петрі. У цьому випадку функції інциденцій та початкове маркування зображаються у вигляді матриць розміром $[n \times m]$:

$$F = [F_{ij} | i = \overline{1, n}; j = \overline{1, m}]; \quad H = [H_{ij} | i = \overline{1, n}; j = \overline{1, m}]$$

та вектором-стовпцем розміром $[n \times 1]$:

$$\mu_0 = [\mu_{0i} | i = \overline{1, n}],$$

де $F_{ij} = F(p_i, t_j)$; $H_{ij} = H(t_j, p_i)$; $\mu_0 = \mu_0(p_i)$.

2.4. Правила роботи сітки Петрі

Робота (функціонування) сіток Петрі визначається як послідовність спрацьовування переходів, внаслідок яких відбувається зміна маркувань позицій.

Перехід може спрацьовувати, якщо він є збудженим.

Перехід t_j вважається збудженим, якщо виконується наступна умова:

$$\forall p_i \in \bullet t_j : \mu(p_i) \geq F(p_i, t_j),$$

тобто виконуються доумови здійснення модельованої цим переходом події – у кожній вхідній позиції переходу кількість маркерів не менша кратності дуги, що їх з'єднує (рис. 2).

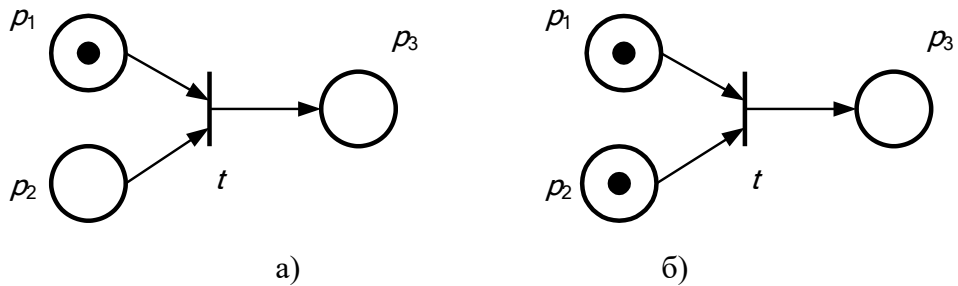


Рис. 2. Умови збудження переходу:

а – умова не виконана; б – умова виконана

Тоді правило спрацьовування збудженого переходу t_j має вигляд:

$$\forall p_i \in \bullet t_j \cup t_j \bullet : \mu'(p_i) = \mu(p_i) + H(t_j, p_i) - F(p_i, t_j),$$

тобто при спрацьовуванні збудженого переходу маркування μ замінюється маркуванням μ' за таким правилом: з вхідних позицій переходу забирається певна кількість маркерів, яка визначається функцією $F(p_i, t_j)$, а вихідні позиції переходу отримують іншу кількість маркерів, яка визначається вже функцією $H(t_j, p_i)$ (рис. 3).

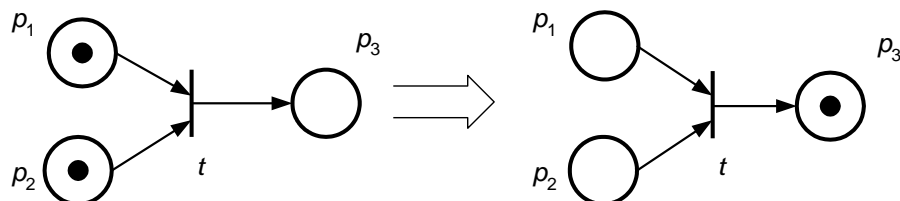


Рис. 3. Правило спрацьовування збудженого переходу

Необхідно відмітити, що у випадку використання матричного способу подання сіток Петрі умова збудження переходу t_j має вигляд:

$$\mu \geq F \times U,$$

а правило його спрацьовування:

$$\mu' = \mu + (H - F) \times U,$$

де $U = [U_j | j = \overline{1, m}]$ – вектор-стовпець розміром $[m \times 1]$, у якого всі елементи дорівнюють 0, крім $U_j = 1$.

У будь-якому стані сітки Петрі може існувати декілька одночасно збуджених переходів. Але послідовність їх спрацьовування не встановлена і може бути будь-якою, але без одночасного спрацьовування переходів. Тому в сітках Петрі визначають декілька прийнятних послідовностей спрацьовувань переходів, що породжують послідовності виникаючих маркувань. Це відображає паралелізм та недетермінізм сіток Петрі.

Таким чином, з функціонуванням сітки Петрі пов'язують дві послідовності:

- 1) послідовність спрацьовуючих переходів;
- 2) послідовність виникаючих (досяжних) маркувань.

Ці послідовності є взаємозв'язаними.

Два маркування μ і μ' вважаються безпосередньо досяжними, якщо у функціонуванні сітки існує перехід t_j , спрацьовування якого переводить сітку з μ у μ' (рис. 4).

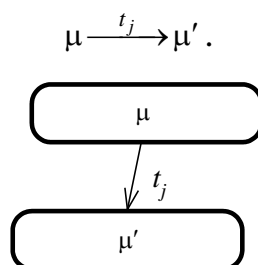


Рис. 4. Безпосередньо досяжне маркування

Два маркування μ і μ' вважаються досяжними, якщо у функціонуванні сітки існує послідовність переходів $G = (t_{j1}, t_{j2}, \dots, t_{jk})$, яка переводить сітку з μ у μ' :

$$\mu \rightarrow \mu',$$

тобто виникає послідовність безпосередньо досяжних маркувань (рис. 5):

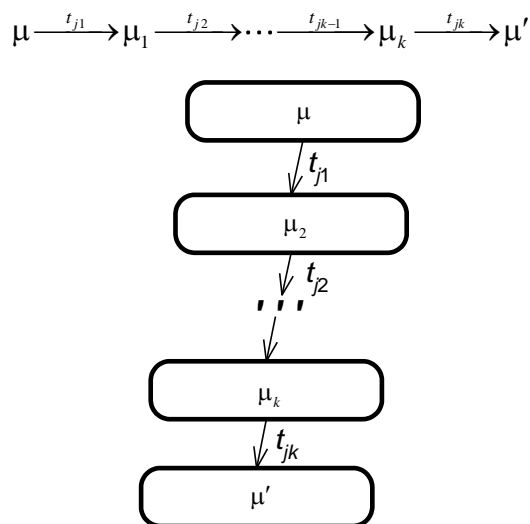


Рис. 5 Послідовність досяжних маркувань

Таким чином, формально функціонування сітки подається:

– мовою сітки Петрі $L(N)$ – множиною послідовностей спрацьовуючих переходів;

– множиною досяжності $R(N)$ – множиною маркувань, досяжних з початкового маркування.

Ці послідовності об'єднуються у рамках єдиної моделі представлення роботи сітки – графа досяжності – орієнтованого графа, вершинами якого є маркування з множини $R(N)$, а дугами – спрацьовуючі переходи з $L(N)$. Граф з відсутніми циклами називають деревом досяжності.

Початковому маркуванню сітки Петрі відповідає коренева вершина дерева, а дуги, відмічені переходами t_j , з'єднують вершини-маркування, що є безпосередньо досяжними при спрацьовуванні t_j .

Дерево досяжності в загальному випадку може бути нескінченним з вершинами таких типів:

1) внутрішнє маркування, яке є досяжним з початкового маркування та не є тупіковим;

2) тупікове маркування, з якого не може спрацьовувати ні один перехід;

3) дублююче маркування μ_d , яке відповідає вже введеному раніше у дерево маркуванню $\mu = \mu_d$. Якщо на шляху з початкового маркування до μ_d зустрічається маркування $\mu = \mu_d$, то μ_d стає маркуванням-циклом або циклічним маркуванням μ_c ;

4) накопичуюче маркування μ_n , відповідно якому на шляху від початкового маркування існує інше маркування μ таке, що $\mu \leq \mu_n$.

Нескінченність дерева можливе тільки у випадку існування накопичуючих маркірувань, які породжують циклічне повторення однакових послідовностей спрацьовуючих переходів.

Для того, щоб побудувати скінченне дерево досяжності і подати процес нескінченного накопичування маркерів у позиціях сітки, вводиться позначення у вигляді символу w , володіючого такими властивостями:

$$w + a = w, w - a = w, a \ll w.$$

Тоді алгоритм побудови скінченного дерева досяжності базується на наступних положеннях:

1. Послідовно обробляються вершини-маркування, які утворюються внаслідок спрацьовування переходів із початкового маркування сітки. Результатом обробки кінцевих (необроблених) вершин є їх перетворення в один з наступних типів: тупикову чи дублюючу.

2. Якщо поточне маркування μ не кваліфікується як один з двох наведених типів вершин, то μ стає внутрішньою. Для кожної внутрішньої вершини напідставі виконання умови збудження переходів і правила їх спрацьовування формується підмножина безпосередньо досяжних маркувань, котрі у дереві стають кінцевими вершинами.

Нові кінцеві маркування μ' визначаються за результатами спрацьовування збуджених у μ переходів за наступними правилами:

- якщо $\mu(p_i) = w$, то $\mu'(p_i) = w$;
- якщо на шляху з початкового маркування до μ' існує таке маркування μ'' , що $\mu'' < \mu'$ і $\mu''(p_i) < \mu'(p_i)$, то $\mu'(p_i) = w$;
- у протилежному випадку $\mu'(p_i)$ зберігає своє значення, отримане внаслідок спрацьовування переходу.

3. Коли всі вершини будуть оброблені, алгоритм завершується.

Побудова скінченного дерева досяжності дозволить практично використати його для дослідження властивостей сітки Петрі.

2.5. Модифікації сіток Петрі

При описанні алгоритмів управління сітками Петрі необхідно мати засіб, за допомогою якого забороняється повторне ініціювання операторів під час їх виконання. Для цього вводяться інгібіторні (забороняючі) дуги, що виконують перевірку сітки на нульову маркіровку. Сітки, що мають інгібіторні дуги, називаються інгібіторними.

Інгібіторна сітка представляє собою сітку Петрі, доповнену спеціальною функцією інцидентності $F_t : P \times T \rightarrow \{0, 1, 2, \dots\}$, яка вводить інгібіторні дуги для тих пар (p, t) , у яких $F_t(p, t) > 0$.

Правило спрацьовування переходів в інгібіторній сітці має наступний вигляд:

$$\forall p \in {}^*t \cup \{p \mid F_t(p, t) > 0\} : \mu(p) \geq F(p, t) \wedge \mu(p) \cdot F_t(p, t) = 0,$$

де *t – множина вхідних позицій переходу t . Тобто, інгібіторна дуга забороняє спрацьовування переходу, якщо у відповідній позиції знаходиться маркерів більше, ніж призначено функцією інцидентності.

Інгібіторні дуги зв'язують тільки позиції з переходами і їх відображають не стрілками, що закінчуються, а маленькими колами (рис. 7). Спрацьовування переходу в інгібіторній сітці виконується відповідно до правил простої сітки Петрі, тобто позиції, пов'язані інгібіторними дугами із спрацьованим переходом не змінюють свого маркування.

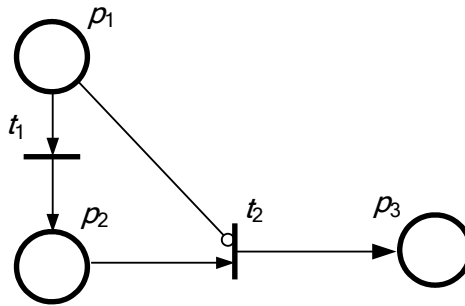


Рис. 7. Інгібіторна сітка

2.6. Властивості сіток Петрі

За допомогою сіток Петрі можна моделювати широкий клас об'єктів і систем, якщо представити належним чином взаємодію різних процесів, що можуть у них виникати. Проте, здійснення тільки моделювання не є кінцевою метою у проведенні дослідження об'єктів. Необхідне також проведення аналізу їх поведінки через встановлення властивостей сіток.

Для сіток Петрі визначають такі основні властивості.

1. Обмеженість сітки.

Позицію p_i називають k -обмеженою, якщо кількість маркерів у цій позиції не перевищує деяке число k для всіх досяжних маркувань з множини $R(N)$, тобто

$$\forall \mu \in R(N) \exists k : \mu(p_i) \leq k.$$

У свою чергу, сітка Петрі є k -обмеженою, якщо всі позиції сітки є k -обмеженими, тобто якщо у сітки позиції p_i обмежені числами k_1, k_2, \dots , то в цілому сітка Петрі буде k -обмеженою, причому $k = \max\{k_1, k_2, \dots\}$.

У випадку, коли $k=1$, отримуємо окремий випадок обмеженості – безпечна позиція та безпечна сітка.

Обмеженість свідчить про кінцевий стан окремих елементів системи, яка моделюється сіткою Петрі, а безпечність визначає факт виконання умов при роботі об'єкта моделювання.

2. Збереженість сітки.

Сітка Петрі називається збереженою по відношенню до вагового вектора $\lambda = [\lambda_i | \lambda_i \geq 0, i = \overline{1, n}]$, якщо для кожного $\mu \in R(N)$ виконується умова:

$$\sum_{i=1}^n \lambda_i \mu(p_i) = \sum_{i=1}^n \lambda_i \mu_0(p_i) = const.$$

Якщо $\lambda_i = 1$ для всіх $i = \overline{1, n}$, то сітка називається точно збереженою.

Необхідною умовою збереженості є обмеженість сітки, а достатньою – наявність вектора λ . Сітка є збереженою, якщо існує розв'язок системи $RM \cdot S = const$, де розв'язком є вектор S , а RM – матриця досяжних маркувань з $R(N)$.

Збереженість сітки свідчить про неможливість знищення або виникнення додаткових ресурсів у системі, що моделюється.

3. Живучість сітки.

Живучість – це властивість, що пов'язана з відсутністю тупикових ситуацій та зациклювань процесу функціонування сітки.

Об'єкти, моделі яких мають властивість живучості, можуть переходити з будь-якого досяжного стану в інший, у тому числі і в початковий.

Сітку вважають живою, якщо виконуються дві умови:

1) $\forall t_j \in T \exists \mu_l, \mu_k \in R(N) : \mu_l \xrightarrow{t_j} \mu_k$, тобто будь-який перехід повинен спрацьовувати при моделюванні роботи сітки;

2) $\forall \mu_l, \mu_k \in R(N) : \mu_l \longrightarrow \mu_k$, тобто в сітці існує взаємодосяжність маркувань, у тому числі і початкового маркування, що визначає відсутність тупиків та зациклювань у роботі сітки.

3. Визначення та моделювання роботи сітки Петрі

Подамо за графічним зображенням сітки на рис.8 її теоретико-множинне та матричне визначення, побудуємо дерево досяжності і визначимо властивості сітки.

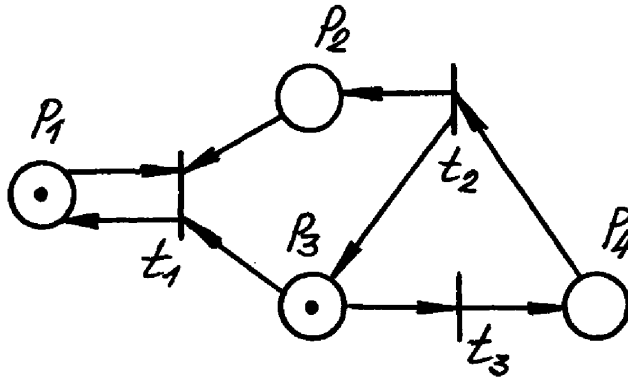


Рис.8. Графічне представлення сітки Петрі

Теоретико-множинне визначення сітки:

$$P = \{p_1, p_2, p_3, p_4\}, T = \{t_1, t_2, t_3\},$$

$$F(p_i, t_1) = 1 \text{ для } i=1,2,3, F(p_4, t_1) = 0,$$

$$F(p_4, t_2) = 1, F(p_i, t_2) = 0 \text{ для } i=1,2,3$$

$$F(p_3, t_3) = 1, F(p_i, t_3) = 0 \text{ для } i=1,2,4$$

$$H(t_1, p_1) = 1, H(t_1, p_i) = 0 \text{ для } i=2,3,4$$

$$H(t_2, p_i) = 1 \text{ для } i=2,3, H(t_2, p_i) = 0 \text{ для } i=1,4$$

$$H(t_3, p_4)=1, H(t_3, p_i) = 0 \text{ для } i=1,2,3$$

$$\mu_0(p_1) = \mu_0(p_3) = 1, \mu_0(p_2) = \mu_0(p_4) = 0.$$

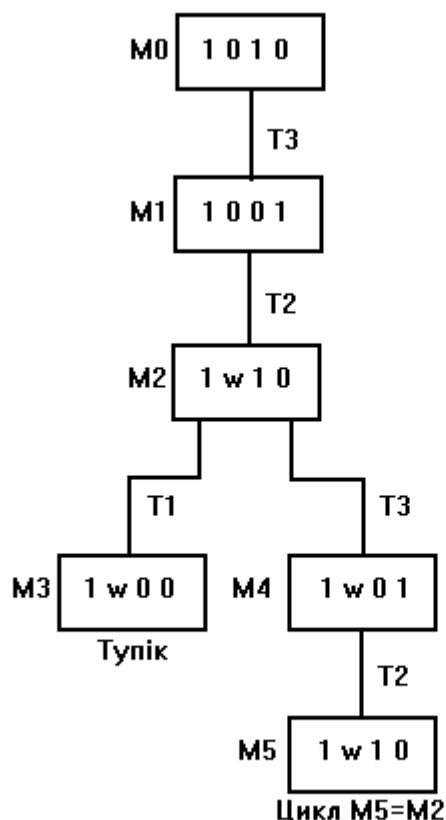
Множини вхідних позицій переходів: ${}^*t_1 = \{p_1, p_2, p_3\}$, ${}^*t_2 = \{p_4\}$, ${}^*t_3 = \{p_3\}$.

Множини вихідних позицій переходів: $t_1^* = \{p_1\}$, $t_2^* = \{p_2, p_3\}$, $t_3^* = \{p_4\}$.

Матричне подання:

$$F = \begin{bmatrix} 100 \\ 100 \\ 101 \\ 010 \end{bmatrix} \quad H = \begin{bmatrix} 100 \\ 010 \\ 010 \\ 001 \end{bmatrix} \quad M_0 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Дерево досяжності:



Позиції p_1, p_3, p_4 - безпечні, а позиція p_2 - необмежена. Тому сітка вцілому необмежена і незберігаюча.

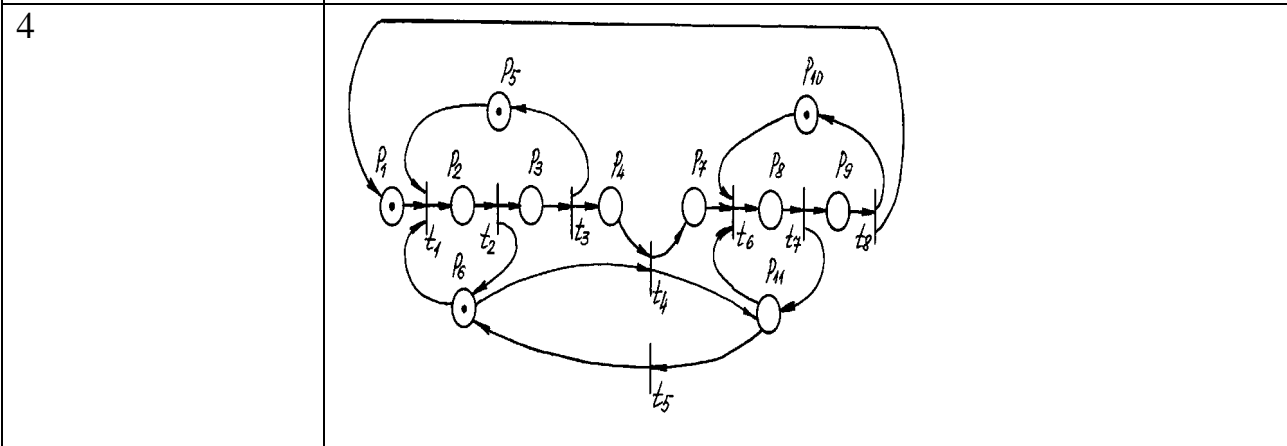
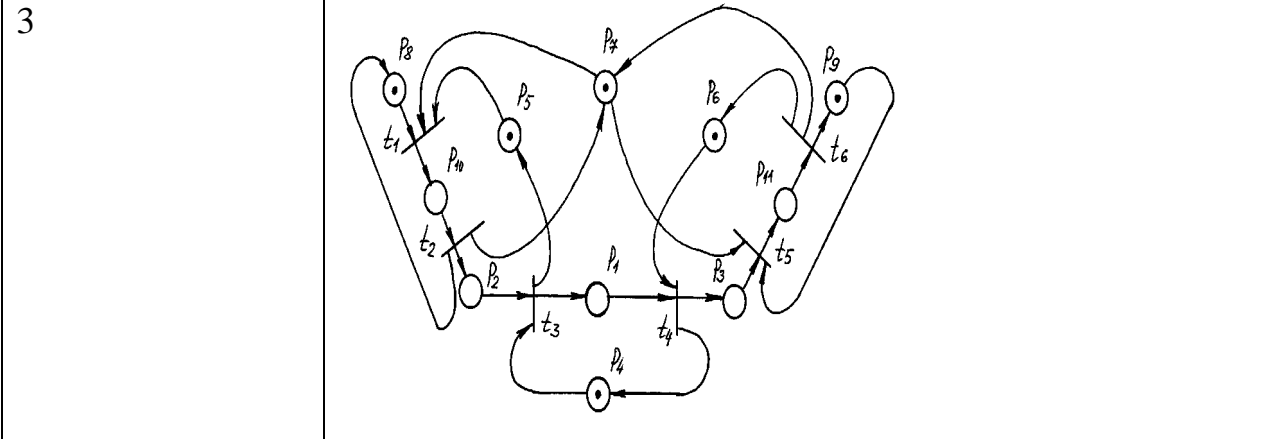
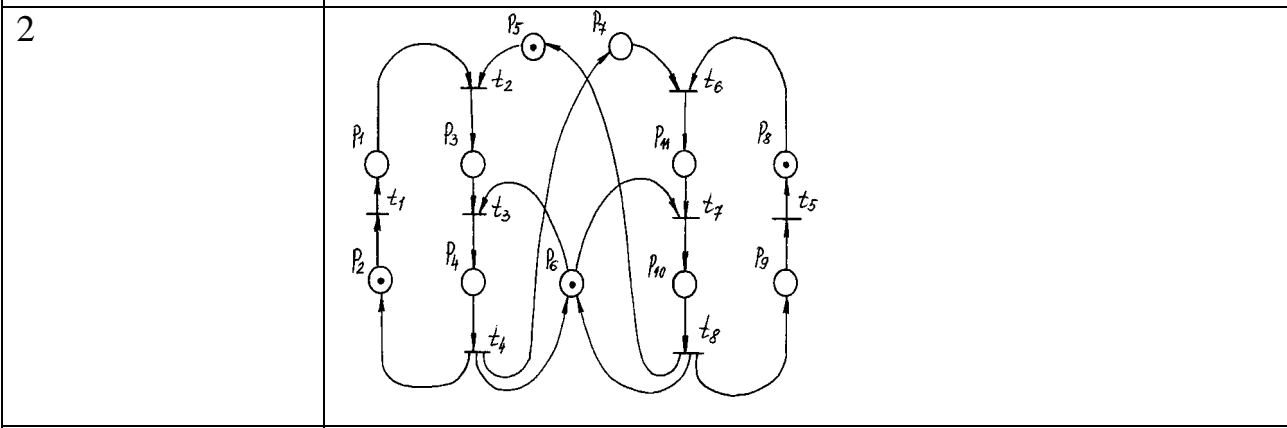
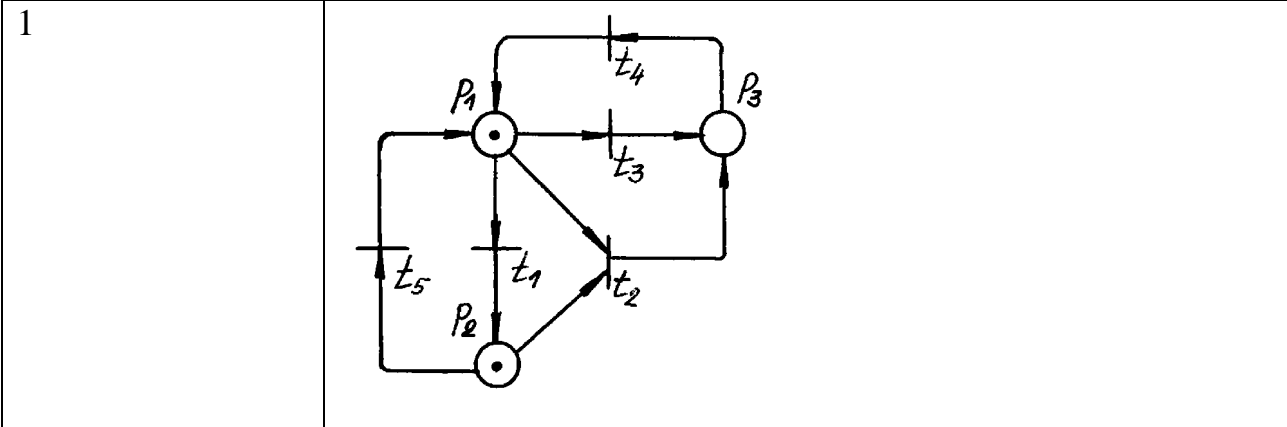
Переходи спрацьовують усі, але є типікове маркірування M_3 , циклічне повторення маркірувань $M_2 \Rightarrow M_4 \Rightarrow M_5$ та початкове маркірування недосяжне з будь-якого іншого у дереві. Тому сітка нежива.

4. Контрольні завдання

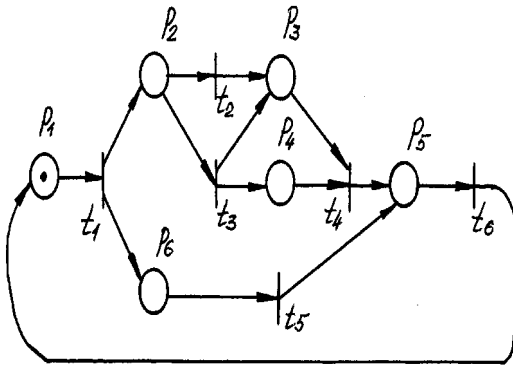
Згідно варіанта завдання подати сітку Петрі у теоретико-множинному та матричному визначенні. Побудувати дерево досяжності і визначити типи вершин досяжних маркірувань та властивості переходів, позицій і сітки вцілому.

Провести інтерпретацію отриманих результатів та виконати їх аналіз. Розробити або застосувати учбову програму для побудови дерева досяжності, за допомогою якої перевірити отримані результати.

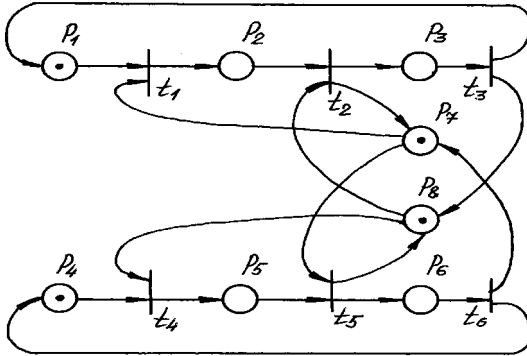
Номер завдання	Умова завдання
----------------	----------------



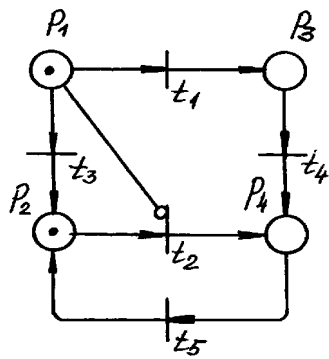
5



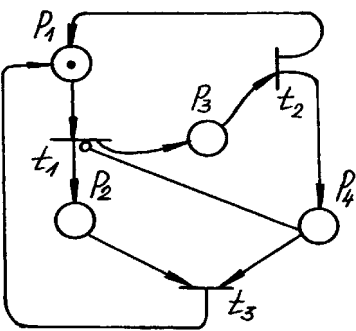
6



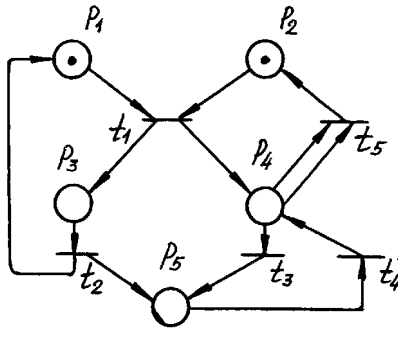
7



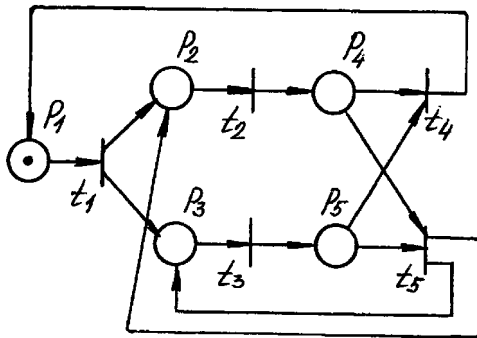
8



9



10



Комп'ютерний практикум № 4

ВЕРИФІКАЦІЯ ЯКІСНИХ ХАРАКТЕРИСТИК ТЕХНОЛОГІЧНИХ ПРОЦЕСІВ ВИРОБНИЧОЇ СИСТЕМИ

1. Мета та порядок виконання завдання практикуму

Мета виконання: вивчення методики якісного аналізу динаміки функціонування дискретних систем за допомогою методів лінійної алгебри у дослідженні рекурентних рівнянь станів сітки Петрі.

Порядок виконання:

1. Ознайомитись з теоретичним матеріалом.
2. За номером завдання методом лінійної алгебри, провести дослідження запропонованої сітки Петрі.
3. Дати інтерпретацію та оцінити одержані результати з точки зору якісних характеристик дискретної системи.
4. Провести інтерпретацію отриманих результатів та виконати їх аналіз. Розробити або застосувати учбову програму для розрахунку інваріант, за допомогою якої перевірити отримані результати. Перевірити програму на прикладі сітки із завдання практикуму №3.
5. Підготувати звіт.

2. Основні теоретичні відомості

Сітки Петрі, як математичний засіб опису об'єктів які досліджуються, відображають логічну послідовність подій, що виникають у процесі їх функціонування, до яких відносять і виробничі системи. Ця послідовність подій має характеристики паралельних процесів, аналіз яких потребує визначення наступних умов:

- 1) повторна ініціалізація операцій в процесі припустима тільки після завершення попереднього її виконання у системі;
- 2) використання в дискретній системі ресурсів має кількісне обмеження по застосуванню;

3) у взає модії частин паралельних процесів не повинно з'являтися блокувань розвитку подій, тупікових станів або заціклювань у виконанні послідовних дій.

Перевірка цих умов практично означає встановлення властивостей динаміки роботи сітки Петрі, а саме обмеженості, безпечності та живучісті.

Розглянемо сітку Петрі як математичну систему $N=(P, T, F, H, M_0)$, $P=\{p_i|i=1,\dots,n\}$, $T=\{t_j|j=1,\dots,m\}$, $F: P \times T \rightarrow \{0,1,2,\dots\}$, $H: T \times P \rightarrow \{0,1,2,\dots\}$, $M_0: P \rightarrow \{0,1,2,\dots\}$ для якісного аналізу динаміки роботи дискретних об'єктів. Так структурні елементи сітки P, T повинні інтерпретуватися наступним чином: позиції - це умови виконання або ознаки здійснення дій (операцій) на об'єкті, переходи це події, що здійснюються на об'єкті у разі виконання необхідних умов, маркірування M_0 - це поточний стан об'єкту. Тому статичні властивості об'єкту визначає графова частина сітки Петрі, а динамічні - початкове маркування і правила збудження-спрацьовування переходів (моделювання роботи).

При описі процесів сітками Петрі будь-яке маркування сітки асоціюється з визначеним станом об'єкту який моделюється. Спрацьовування будь-якого переходу t_j сітки N пов'язане із зміною його стану $M_k \in R(N)$ внаслідок виконанням елементарної дії у процесі.

Маркування $M \in R(N)$ називають тупіковим, якщо в цьому стані жоден з переходів не може спрацювати, а заціклюванням вважають таку послідовність спрацьованих переходів t_j у дереві досяжності $R(N)$, з якої неможливо перейти до початкового маркування M_0 .

Сітка N вважається обмеженою, якщо всі її позиції обмежені, тобто для кожної позиції сітки у всіх маркуваннях з $R(N)$ існує єдина кінцева кількість маркерів, що з'являються там одночасно.

Сітка N вважається безпечною, якщо при всіх досяжних маркуваннях її позиції не можуть мати більше одного маркеру.

Сітку вважають живою, якщо будь-який перехід сітки спрацьовує хоча б один раз у $R(N)$ та відсутні тупики та заціклювання у її роботі.

Перевірка властивостей сіток може виконуватись шляхом побудови і аналізу дерева досяжності, але це потребує встановлення усіх можливих (досяжних від початкового маркування) у сітці маркувань, що є важкою задачею повного перебору її станів. Тому існує інший спосіб, який уявляє собою структурний аналіз сітки методом лінійної алгебри, заснований на дослідженні матриці інциденцій і початкового маркування.

Виходячи із умов збудження та спрацьовування переходів, динаміку сітки в просторі станів (маркувань) можна описати таким рекурентним рівнянням, який називають рівнянням стану сітки:

$$M_k = M_{k-1} + A \times U_k; k = 1, 2, \dots \quad (2.1)$$

де M_k - стан, у який перейде сітка з стану M_{k-1} у результаті k -го впливу U_k у виді спрацьовування збудженого переходу; $U_k = [u_{jk}]$ - керуючий вектор, компонента якого $u_{jk}=1$, якщо в k -й момент асинхронного часу виникає спрацьовування переходу t_j , або $u_{jk}=0$, якщо спрацьовування цього переходу не відбувається; $A=[a_{ij}]$ - матриця інциденцій позицій та переходів, елементи a_{ij} якої дорівнюють l , $-l$ або 0 , коли, відповідно, перехід t_j має l вихідних дуг до позиції p_i , l вхідних дуг з позиції p_i , або не має зв'язку з позицією p_i .

Матрицю A можна розрахувати на підставі операції над матрицями $F=[f_{ij}]$ і $H=[h_{ij}]$, які задають кількість дуг, що виходять відповідно з позицій і переходів $A = H - F$, тобто елементи f_{ij} задають кількість маркерів, які потрібно забрати з позиції p_i при спрацьовуванні переходу t_j , а елементи h_{ij} визначають кількість маркерів, які направляються у позицію p_i при спрацьовуванні переходу t_j .

Очевидно, що в будь-якому стані компоненти вектора маркування не можуть бути від'ємними. Вони можуть приймати лише нульові або додатні цілочисельні значення. Ця умова у матричному запису має вид $M_k \geq 0$ для всіх k . Враховуючи останнє, з рівняння станів одержуємо $M_{k-1} + A \times U_k \geq 0$, а послідовність нових маркувань (2.1) можна замінити єдиним виразом через початкове маркування M_0 і вектор підрахунку спрацьовувань:

$$S = \sum_k U_k; S = [s_j | j = \overline{1, m}] \quad (2.2)$$

Елемент s_j вказує, яку кількість разів спрацює перехід t_j в послідовності маркувань, яка йде від M_0 до M_k . Враховуючи рівняння (2.2), з (2.1) одержимо:

$$M_k = M_0 + A \times S \quad (2.3)$$

Або позначивши вектор зміни маркування $dM = M_k - M_0$, з рівняння (2.3) одержимо рівняння

$$A \times S = dM \quad (2.4)$$

Всі можливі рішення даного рівняння можна отримати за допомогою методів задач цілочисельного лінійного програмування.

Розглянемо використання методів лінійної алгебри в розв'язанні рекурентних рівнянь зміни станів моделі сітки. Вони дозволяють на основі математичного дослідження структури біграфа сітки і початкового маркування M_0 оцінити такі якісні характеристики сітки як обмеженість, живучість.

Цілочисельний вектор $X = [x_i | i=1, \dots, n]$ називається p -інваріантом, якщо він є рішенням лінійної системи

$$A^T \times X = 0 \quad (2.5).$$

Розглянемо рівняння (2.1), обидві частини якого помножимо на транспонований вектор X^T (T - позначка транспонування):

$$X^T \times M = X^T \times M_0 + X^T \times A \times S \quad (2.6)$$

Враховуючи (2.5) і те, що $A^T \times X = X^T \times A$, з виразу (2.6) одержимо:

$$X^T \times M = X^T \times M_0 \quad (2.7)$$

Тобто, будь-який p -інваріант характеризує всі досяжні маркування сітки з точки зору збереження деяких властивостей процесів. Якщо позначити

$$X^T \times M_0 = K_0,$$

де K_0 - константа, то інваріантність маркувань сітки представимо у вигляді співвідношення-рівності:

$$X^T \times M = K_0 = const \quad (2.8)$$

Вектор X тому називають p -інваріантом, що він визначає властивості структури сітки у розподілі маркерів за позиціями p_i незалежно від будь-якого досяжного маркування.

Враховуючи, що система (2.5) може мати нескінченну кількість рішень, фундаментальною системою розв'язків системи лінійних однорідних рівнянь називають таку сукупність рішень, за допомогою якої виражаються всі інші розв'язки. Якщо ранг матриці A дорівнює числу невідомих ($r = n$), то система (2.5) має тільки нульове рішення. Якщо $r < n$, то система (2.5) окрім нульового має нескінченну множину інших рішень, причому фундаментальна система (базисних рішень) складається з $(n - r)$ векторів X .

Ранг матриці $A = [a_{ij}]$ розміром $(n \times m)$ дорівнює найвищому порядку відмінного від нуля визначника, одержанного викреслюванням $(n - r)$ стовпців і $(m - r)$ рядків з матриці A . Таким чином, всі інваріанти X для маркування сітки можна отримати з $(n - r)$ базисних рішень системи (2.5), тобто $X = \sum_{k=1}^{n-r} \alpha_k B_k$, де α_k - коефіцієнт лінійної комбінації базисного рішення B_k , $A^T \times B_k = 0$.

Об'єднавши записані у вигляді векторів-рядків рішення фундаментальної системи, одержимо матрицю інваріантів чи базисних рішень $B = [B_k | k = \overline{1, n-r}]$. Тоді для будь-якого досяжного маркування подібно рівнянню (2.7) матиме

$$B \times M = B \times M_0 = K_0 \quad (2.9)$$

Якщо всі компоненти p -інваріанту невід'ємні, його називають p -ланцюгом.

Повний p -ланцюг - це p -інваріант, всі компоненти якого додатні, тобто повний p -ланцюг містить у собі всі позиції сітки.

Сітка Петрі інваріантна, якщо для неї існує повний p -ланцюг. Повний p -ланцюг потрібно шукати серед усіх рішень фундаментальної системи B або їх лінійної комбінації.

Інваріантна сітка Петрі є обмеженою, але обмежена сітка може бути не інваріантною, тобто не мати повного ланцюга. Це впливає з того, що якщо X - повний p -ланцюг і $X^T \times M = K_0$, то зважена сума маркерів за всіма позиціями

$\sum_{i=1}^n x_i \cdot \mu(p_i) = K_0$ є обмеженою. А оскільки x_i - додатні і вся сума обмежена, то і

маркування $\mu(p_i)$ всіх позицій сітки обмежені. Слід, зауважити, що значення K_0 розраховується тільки для базисних рішень, а не для їх лінійної комбінації.

Якщо повний p -ланцюг є одиничним вектором, то сітка є безпечною. Отже, встановлено, що інваріантна сітка Петрі є достатньою умовою обмеженості.

Розглянемо наступну характеристику сіток Петрі - живучість, визначення якої базується на обчисленні t -інваріантів.

Цілочислений вектор $Y = [y_j | j=1, \dots, m]$ називається t -інваріантом, якщо він є розв'язком лінійної однорідної системи

$$A \times Y = 0 \quad (2.10)$$

Якщо значення t -інваріанту підставити в рівняння (2.3) замість вектора підрахунку спрацьовувань S , то виявиться, що

$$M = M_0 + A \times Y = M_0.$$

Звідси випливає, що якщо $Y \neq 0$, то сітка стійка, тобто після деяких спрацьовувань переходів вона повертається в початковий стан M_0 . Стійкість сітки пов'язана з циклічною повторюваністю маркувань, починаючи зі стану M_0 . Слід зазначити, що серед рішень системи (2.10) можуть бути і такі вектори Y , компоненти яких від'ємні.

Повний t -ланцюг - це t -інваріант, всі компоненти якого додатні. Повний t -ланцюг включає в собі усі переходи сітки. Якщо сітка має повний t -ланцюг, то вона стійка, що є тільки необхідною умовою живості при будь-якому початковому маркуванні, оскільки встановлено, що в послідовності маркувань від M_0 до $M = M_0$ спрацьовують всі переходи, але не визначено чи існують тупикові маркування.

Пошук повного t -ланцюга здійснюється подібно до пошуку повного p -ланцюга за допомогою системи фундаментальних рішень. Тобто, якщо ранг матриці A дорівнює числу невідомих ($r = m$), то система (2.10) має тільки нульовий розв'язок. Якщо $r < m$, то система, крім нульового, має нескінченну

множину інших розв'язків, причому фундаментальна (базисна) система складається з $(m - r)$ векторів t -інваріант.

Таким чином, якщо сітка жива і обмежена, то вона стійка і інваріантна. Тому для остаточного вирішення задачі аналізу на живучість потрібно перевірити сітку на досяжність тупикових станів.

Тупік це досяжний з початкового маркірування стан у якому не збуджений жоден з переходів сітки. Запишемо умову збудження переходу t_j у наступному виді:

$$\sum_{i=1}^n f_{ij} \cdot \mu(p_i) \geq \sum_{i=1}^n f_{ij}, j = \overline{1, m}$$

або

$$F^T \times M \geq F^T \times E,$$

де E - одиничний вектор розміром $(n \times 1)$.

Оскільки множина досяжних маркувань $R(N)$ повинна задовольняти умові (2.9), то відсутність збуджуваних переходів для $M \in R(N)$ слід визначити з розв'язку такої системи

$$\begin{cases} B \times M = B \times M_0 \\ F^T \times M = F^T \times E - E \end{cases} \quad (2.11)$$

Якщо система (2.11) має рішення, то деяке її маркування є тупиковим, в іншому випадку сітка немає тупиків і є живою.

3. Інваріантний аналіз мережі Петрі.

Розглянемо на прикладі наведеної сітки (рис.1) можливості викладеного математичного підходу.

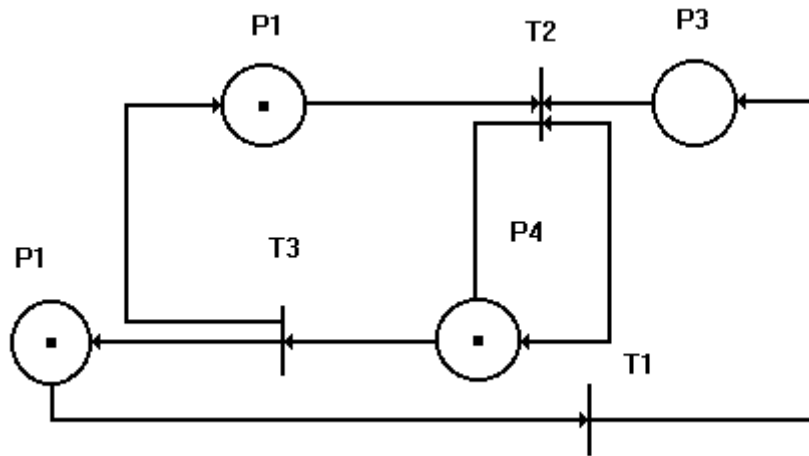


Рис. 1

Для заданої сітки відповідно до рівняння (2.5) p -інваріант X є цілочисленим розв'язком системи

$$-x_1 + x_3 = x_2 + x_3 = x_1 + x_2 - x_4 = 0.$$

Ранг матриці A (табл.1) системи $A^T \times X = 0$ дорівнює 3, тому дана система має лише одне базисне рішення ($n - r = 4 - 3 = 1$)

$$X^T = [1 \ -1 \ 1 \ 0].$$

Виходячі з цього не можна зробити висновок, що досліджувана сітка є обмеженою.

Таблиця 1

Матриця A^T

	позиції p_i			
переходи t_j	1	2	3	4
1	-1	0	1	0
2	0	-1	-1	0
3	1	1	0	-1

Таблиця 2

Матриця F^T

	позиції p_i			
переходи t_j	1	2	3	4
1	1	0	0	0

2	0	1	1	1
3	0	0	0	1

Розрахуємо t -інваріант Y . З системи (2.10) одержимо систему рівнянь:

$$-y_1 + y_3 = -y_2 + y_3 = y_1 - y_2 = -y_3 = 0.$$

Система має лише нульове рішення $Y^T = [0 \ 0 \ 0]$, тому в даній сітці не існує маркувань, які пов'язані циклами у графі станів. Маркування M співпадає з початковим, якщо тільки не спрацює жоден з переходів сітки, оскільки всі компоненти вектора нульові. Інакше кажучи, оскільки $Y = 0$, то послідовність станів немає повернень і сітка є нестійкою, а тому і неживою.

В зв'язку з одержаними особливостями доцільно визначити, чи має тупик вказана безповоротня послідовність маркірувань. Система (2.11) має вид:

$$m_1 - m_2 + m_3 = m_1 = m_4 = 0, m_2 + m_3 + m_4 = 2.$$

Оскільки система має не нульове рішення, то можна зробити висновок, що досліджувана сітка є тупіковою. А тупіковими маркіруваннями досяжними з початкового будуть такі, що задовольняють співвідношенням $m_1 = m_4 = 0, m_2 = m_3 = const > 0$.

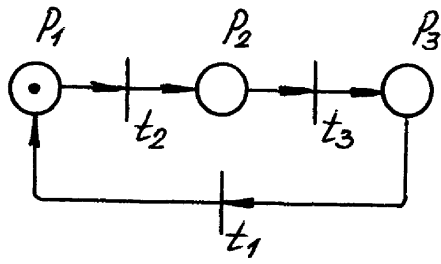
Отже, застосувавши вище розглянутий підхід до аналізу сіток Петрі, можна впевнитись в тому що вона нежива і тупікова.

4. Контрольні завдання

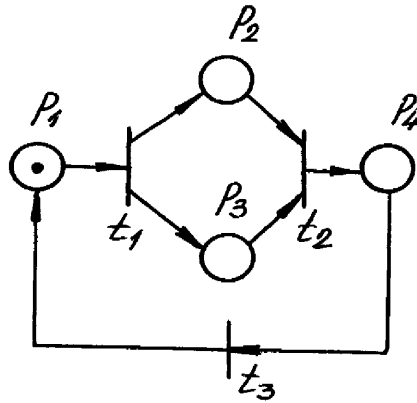
Відповідно до номера завдання провести матричне дослідження якісних характеристик дискретних процесів поданих наведеними сітками Петрі.

Номер завдання	Умова завдання
1	

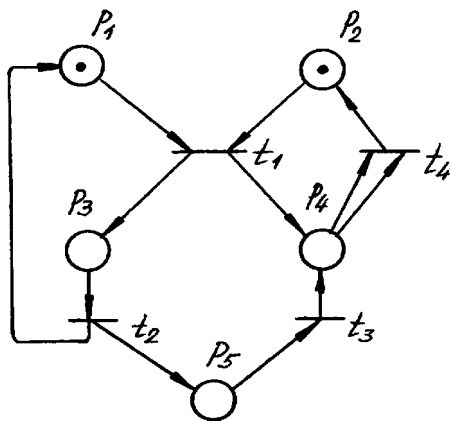
2



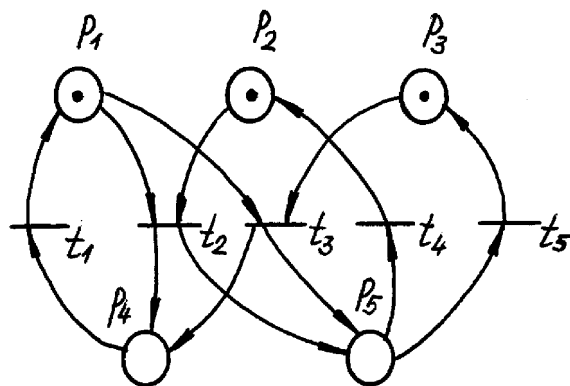
3

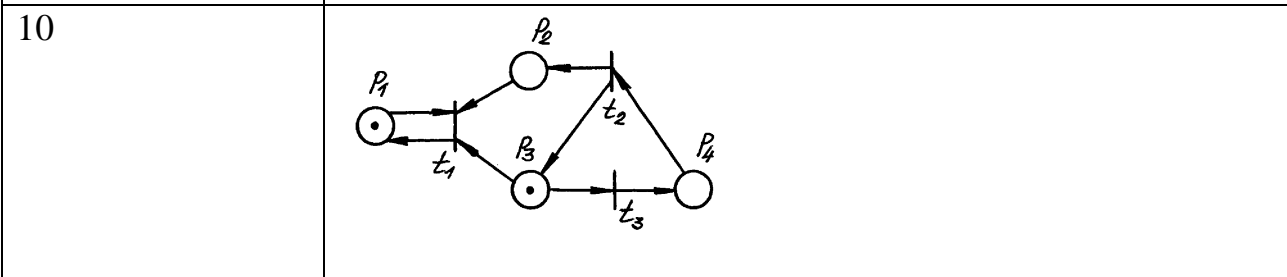
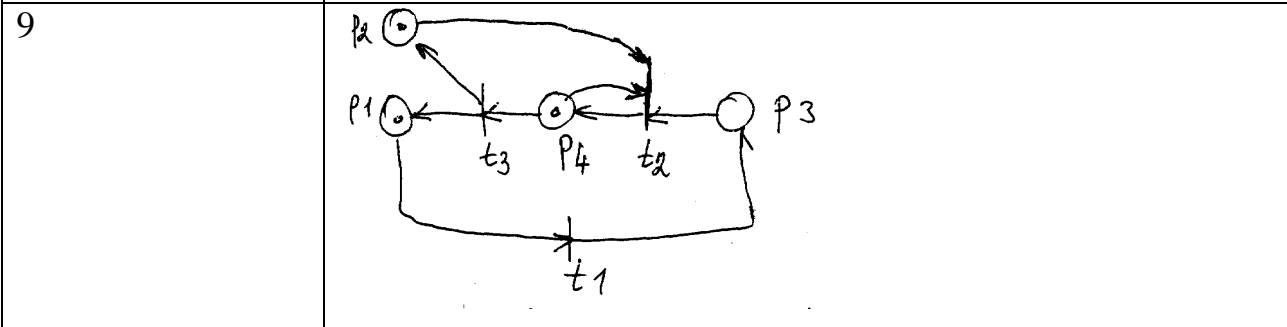
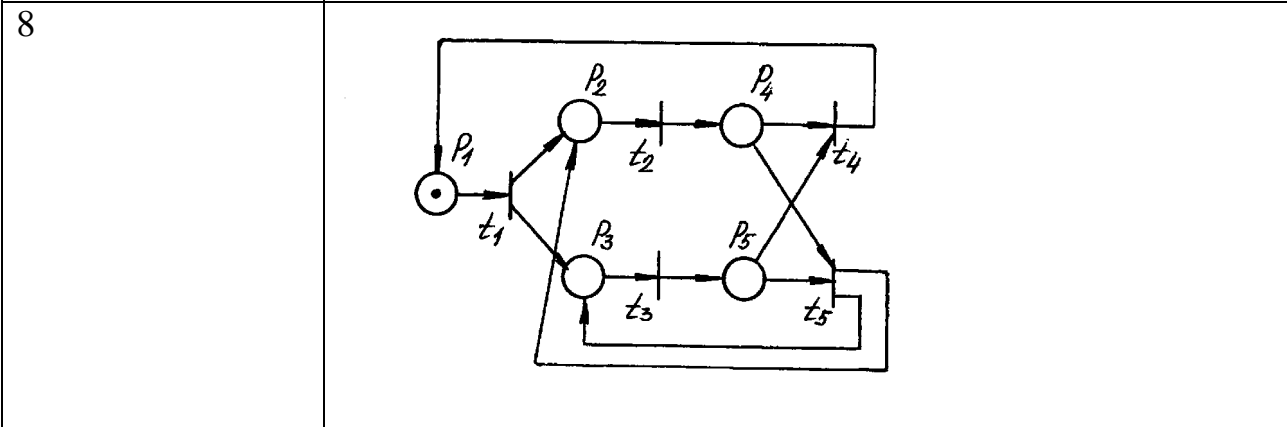
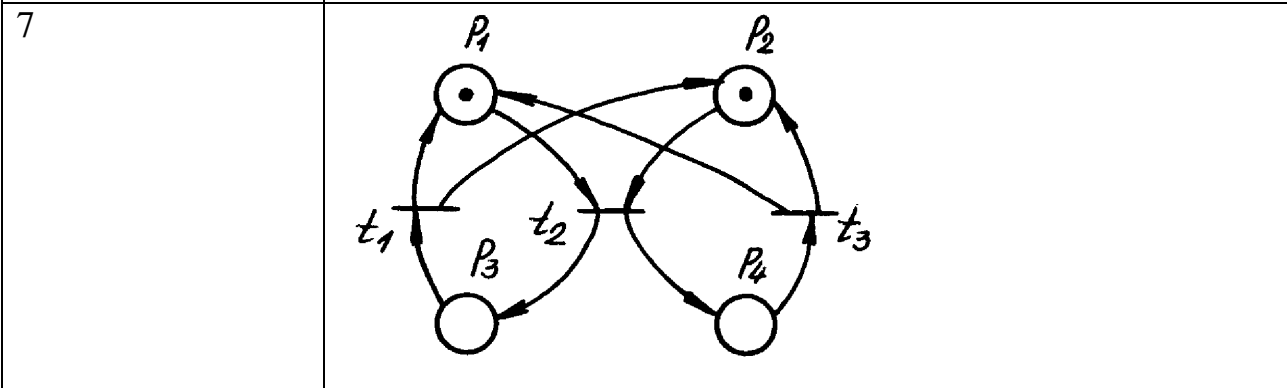
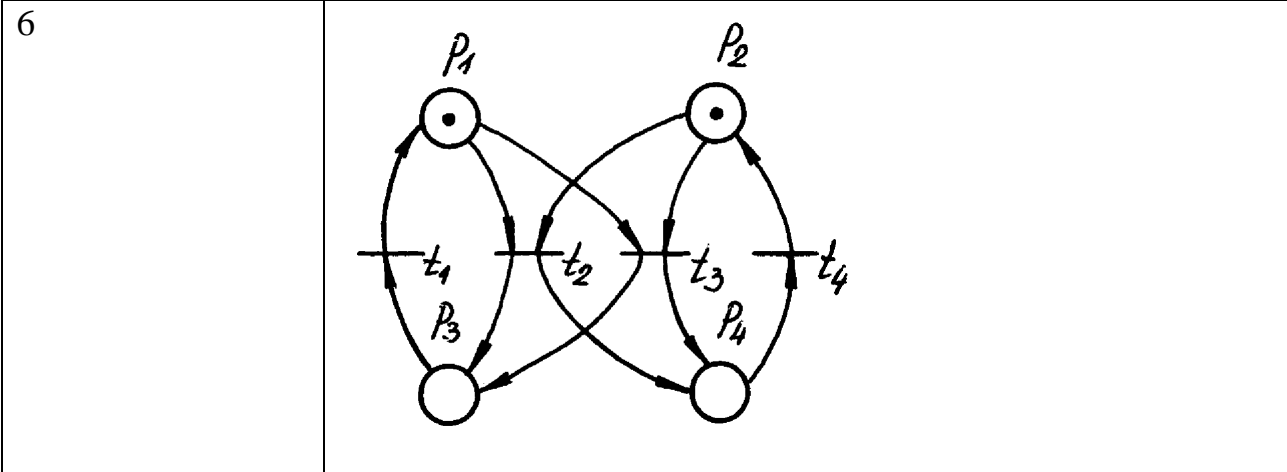


4



5





Комп'ютерний практикум № 5
ПРОГРАМУВАННЯ ФОРМОУТВОРЮЮЧИХ РУХІВ ІНСТРУМЕНТА
НА ТЕХНОЛОГІЧНОМУ УСТАТКУВАННІ З ЧПУ

1. Мета та порядок виконання завдання практикуму

Мета виконання: вивчення методики формування траєкторії руху інструмента та програмування формоутворюючих дій в системах ЧПУ.

Порядок виконання:

1. Ознайомитись з теоретичним матеріалом.

2. За номером завдання креслення контуру деталі виконати розрахунок опорних точок і побудувати еквідистанту траєкторії руху основного інструмента з радіусом робочої поверхні 5 мм та додаткового з радіусом 2 мм для доробки суміжних ділянок контуру в системі координат деталі.

3. Скласти керуючу програму формоутворення деталі у випадку програмування контуру деталі та еквідистантного програмування руху інструмента в системі координат деталі.

4. Провести інтерпретацію отриманих результатів, розробивши або застосувавши учбову програму графічного моделювання траєкторії руху інструмента і формоутворення контуру деталі.

5. Підготувати звіт.

2. Основні теоретичні відомості

Формоутворюючий рух інструмента відтворюється слідкуючими приводами подачі верстата. Розташування приводів відповідає координатній системі верстата, у якій здійснюється обробка деталі. Програмується не відносний рух за контуром, який задано кресленням деталі, а рух уздовж еквідистанти. Еквідистанта - це траєкторія руху центра робочої кромки інструмента, що відстоїть на радіус інструмента від заданого контуру деталі. Для опису еквідистант траєкторію руху інструмента розподіляють на

елементарні ділянки, що звичайно задаються прямими або дугами окружності. Місця на стику елементарних ділянок називаються опорними точками.

Система координат деталі служить для розрахунку координат опорних точок траєкторії розрахункової точки інструмента.

Опорними називаються точки початку, кінця, перетину або дотику геометричних елементів, з яких утворені контури деталі та траєкторії інструментів, найчастіше це – прямі лінії та дуги кіл.

За систему координат деталі приймається права прямокутна система.

Система координат інструмента призначена для задання положення його різальної частини відносно державки.

Координатні осі робочих органів верстата, що несуть інструмент, позначаються буквами X , Y , Z .

Для опису еквідистанти траєкторію руху поділяють на елементарні ділянки, серед яких здебільшого виділяють прямі лінії та кола. Крім того, загальна стратегія управління формоутворенням деталі визначається сукупними рухами по вісях координатних приводів подачі інструменту і подається комбінацією його встановлюючих і робочих переміщень.

Встановлююче переміщення виконується на максимальній швидкості без контакту інструмента з деталлю, до якого висувають тільки вимоги точності позиціонування у кінцевому положенні. *Робоче переміщення* пов'язане з обробкою деталі і контактом інструмента з поверхнею заготовки. Тому до нього висувають вимоги щодо точності додержання траєкторії руху та заданої швидкості обробки.

Обробка контуру проводиться інструментом фіксованого (незмінного) розміру. Очевидно, координати траєкторії центра інструмента, наприклад, фрези, радіуса r_{ϕ} (рис. 6.9) відрізняються від координат контуру деталі, поданих в кадрі управляючої програми.

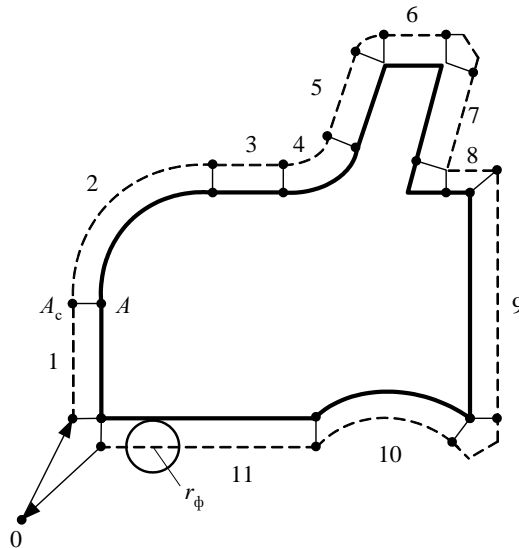


Рис. 6.9. Поєднання ділянок контуру еквідистанти

Розрахунок зміщення опорних точок еквідистантного контуру відносно контуру деталі (наприклад, точки A_c відносно A) повинен автоматично виконуватись пристроєм ЧПУ або верстатником-технологом при ручному програмуванні еквідистанти. Ця задача є відносно простою тільки при *гладкому* (плавному) поєднанні елементів контуру (з кутом з'єднання елементів $\beta = 180^\circ$), наприклад, при поєднанні елементів 2, 3, 4.

Розрахунок зміщень значно ускладнюється за наявності *зламів контуру*, що програмується (при кутах з'єднання елементів контуру $\beta > 180^\circ$ або $\beta < 180^\circ$). Найчастіше у цьому випадку при куті $0^\circ < \beta < 90^\circ$ використовується *метод зв'язуючої дуги* (поєднання елементів 5 і 6, 10 і 11), суть якого полягає в тому, що у програму вставляється додатковий кадр з круговим рухом, який відповідає обходу дуги з радіусом, рівним чи більшим r_ϕ (рис. 6.11, а). Наприклад, при поєднанні дугою елементів ламаної з координатами кінцевих точок X_1, X_2 і Y_1, Y_2 вирази для розрахунку координат центра дуги I_c, J_c та координат її кінця X_c, Y_c у приростах визначаються формулами:

$$I_c = \pm r_\phi \frac{Y_1}{L_1}; \quad X_c = r_\phi \left(\pm \frac{Y_1}{L_1} \pm \frac{Y_2}{L_2} \right);$$

$$J_c = \pm r_\phi \frac{X_1}{L_1}; \quad Y_c = r_\phi \left(\pm \frac{X_1}{L_1} \pm \frac{X_2}{L_2} \right);$$

$$L_1 = \sqrt{X_1^2 + Y_1^2}; \quad L_2 = \sqrt{X_2^2 + Y_2^2}.$$

Метод зв'язуючої дуги не завжди допустимий за технологією обробки, оскільки гострі зовнішні кути контуру деталі при обході по дузі виявляються сточеними (поєднання елементів 6 і 7, 9 і 10), а у внутрішніх кутах залишається дуже багато невибраного матеріалу (7 і 8). У цьому випадку доцільно застосовувати *метод поєднання по лініях продовження еквідистант* (при поєднанні прямих) або *по лініях продовження дотичних до еквідистант* (при поєднанні прямих та дуг кола).

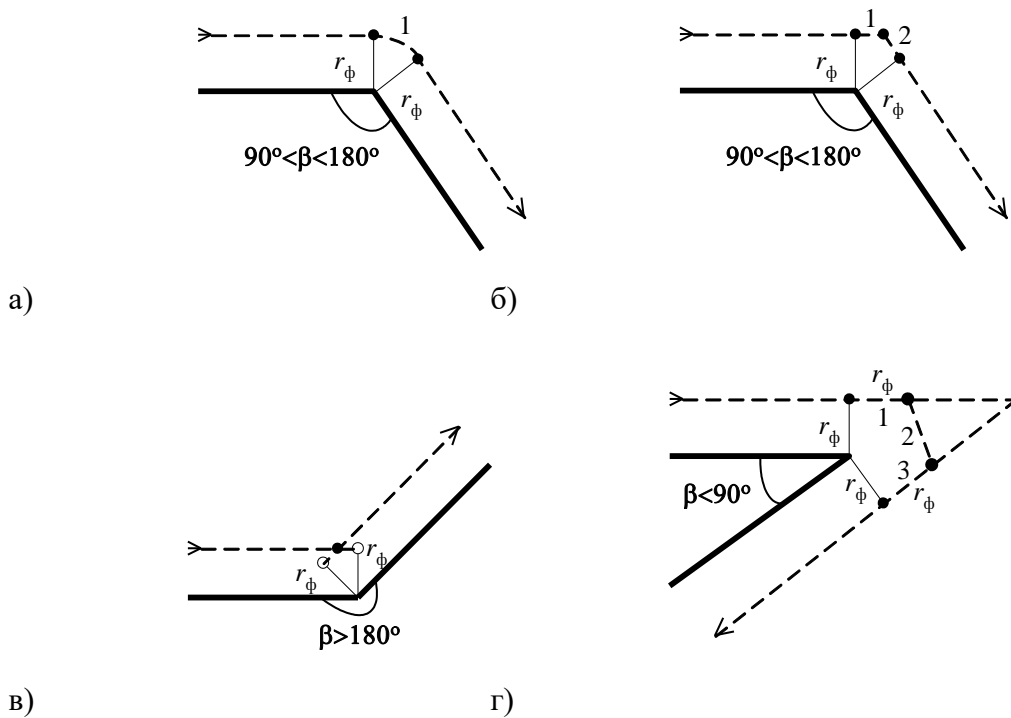


Рис. 6.11. Способи з'єднання елементів контуру при зламі

а – метод зв'язуючої дуги; б – метод продовження еквідистанти; в – метод перетину еквідистант; г – метод скорочених ліній продовження

У методі продовження еквідистант (рис. 6.11, б) необхідно розрахувати опорну точку, яка є перетином елементів продовження еквідистантного контуру через розв'язок відповідних систем рівнянь першого (при поєднанні прямих) або другого порядку (при поєднанні прямих та дуг кола).

Необхідно зазначити, що якщо зовнішній кут контуру деталі $\beta > 180^\circ$ стає внутрішнім (рис. 6.11, в), то точка з'єднання знаходиться на перетині еквідистант суміжних ділянок контуру (поєднання елементів 7 і 8).

Проте, якщо зовнішній кут контуру деталі β – гострий ($0^\circ < \beta < 90^\circ$), то застосування методу з'єднання по лініях продовження стає неефективним з точки зору витрат часу на перехід від однієї ділянки контуру до суміжної. В такому випадку часто витрачений час найчастіше може бути зменшений за рахунок скорочення довжини ліній продовження до величини радіуса фрези r_f і побудови траєкторії з трьох прямих (рис. 6.11, г). Крім того, такий спосіб дозволить застосувати на другій прямій максимальну швидкість приводів подачі і призначити встановлююче переміщення у зв'язку з тим, що не відбувається контакту інструмента з деталлю.

Програмування руху інструмента між опорними точками задається за допомогою кадрів керуючої програми.

Кадр керуючої програми складається зі слів. Кожне окреме слово містить літеру адресу, що визначає призначення наступних даних.

Кадр відкривається символом N, що означає номер кадру. Основний зміст кадру складає послідовність слів.

Слова з адресою G називають підготовчими функціями. G00 указує на прискорене переміщення і позиціонування, G01 - на рух по прямій лінії, G02 - рух по окружності в позитивному напрямку (проти годинникової стрілки), G03 - рух по окружності в негативному напрямку (за годинникової стрілки), G90 – абсолютна система задання координат, G91 – відносна система задання координат (відносно поточної точки позиціонування інструменту). Слова з адресами X, Y є розмірні переміщення, що представляють собою відносні кадрові збільшення по відповідним координатних осях. Слова з адресами I, J указують положення початкової точки дуги щодо її центра в місцевій системі координат. Для всіх слів з геометричною інформацією знак плюс опускається і мається на увазі за замовчуванням. Слово з адресою F визначає швидкість

подачі в мм/хв, а відсутність подібного ж слова в другому кадрі свідчить про те, що подача не міняється.

Відпрацьовування кадру починається з моменту його активізації, коли він стає робочим. Попереднє відпрацьовування кадру перед активізацією складаються в розрахунках проміжних попередніх положень інструмента, а також перетворення координат опорних точок до абсолютної системи координат. Відпрацьовування кадру завершується з'єднанням осі робочої кромки інструмента з кінцевою опорною точкою, що надалі вважаються початком наступного руху.

Кадр відпрацьовування руху по прямій лінії буде містити у кодованому вигляді наступні дані: позначення кадру у вигляді номера, ознаку руху по прямій, значення переміщень по осях X та Y при русі від початкової опорної точки до кінцевої опорної точки елементарної ділянки, швидкість подачі інструмента на елементарній ділянці.

Кадр відпрацьовування руху по колу буде містити у кодованому вигляді такі дані: позначення кадру, ознаку руху по колу за або проти годинникової стрілки, значення переміщень по осях X та Y при русі від початкової опорної точки до кінцевої опорної точки елементарної ділянки, місцеві (локальні) координати початкової опорної точки елементарної ділянки відносно центра кола, що створює визначеність у заданні кола приростами переміщень по осях X та Y , швидкість подачі інструмента на елементарній ділянці.

Лінійне переміщення записується у вигляді:

$N\{i\} \dots G91 X\{x1 - x0\} Y\{y1 - y0\} Z\{z1 - z0\} \dots$

Функція G91 показує, що величини задані в приростах. Якщо ж вони задаються в абсолютних значеннях, то замість функції G91 варто вказати функцію G90:

$N\{i\} \dots G90 X\{x1\} Y\{y1\} Z\{z1\}$

Позиціонування на швидкому ході кодується функцією G00. На ділянці прискореного переміщення у кінцевому результаті потрібно лише потрапити в

задану точку T_1 , а проміжна траєкторія несуттєва (рис. 7.3, а). Тому у випадку руху з точки T_0 у точку T_1 запис у кадрі має вигляд:

– в абсолютній системі:

$N\{i\} G00 \dots G90 X\{x_1\} Y\{y_1\} Z\{z_1\} \dots$

– у відносній системі:

$N\{i\} G00 \dots G91 X\{x_1 - x_0\} Y\{y_1 - y_0\} Z\{z_1 - z_0\} \dots$

При такому записі рух виконується одночасно по всіх координатах з максимальною швидкістю.

Таке переміщення використовується при виконанні встановлюючих переміщень інструмента, відведеннях, підведеннях інструмента, переходах від однієї суміжної ділянки обробки до іншої, заміні інструмента тощо, коли немає контакту інструмента з деталлю і не потрібна висока точність руху на ділянці прискореного переміщення.

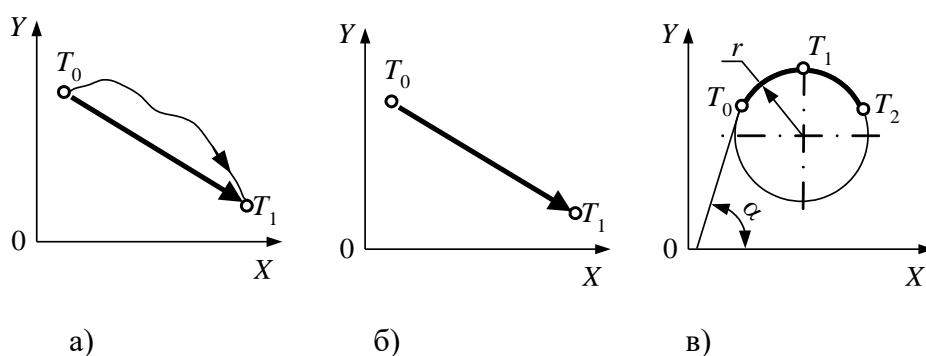


Рис. 7.3. Способи руху вздовж заданої траєкторії

Переміщення на робочій подачі задається ділянками інтерполяції: при русі по прямій – лінійна інтерполяція, при русі по дузі кола – кругова інтерполяція. Швидкість робочої подачі задається словом “Функція подачі”. У це слово входить адреса F і величина подачі, що діє на всіх ділянках інтерполяції до її заміни.

Для ділянки переміщення з точки T_0 у T_1 з лінійною інтерполяцією запис у кадрі має вигляд:

– в абсолютній системі:

$N\{i\} G01 \dots G90 X\{x_1\} Y\{y_1\} Z\{z_1\} \dots$

– у відносній системі:

$N\{i\} G01 \dots G91 X\{x_1 - x_0\} Y\{y_1 - y_0\} Z\{z_1 - z_0\} \dots$

На ділянці лінійної інтерполяції (рис. 7.3, б) рух інструмента здійснюється з максимальним наближенням до заданої прямої T_0T_1 .

На ділянці кругової інтерполяції (рис. 7.3, в) траєкторія руху інструмента визначається геометричними параметрами дуги T_0T_1 . В усіх випадках початковим положенням інструмента є точка T_0 , у яку інструмент потрапив за результатами відпрацювання попереднього кадру. Таким чином, координати точки T_0 вважаються відомими.

Виходячи з цієї обставини, у слові “Розмірні переміщення” задають такі геометричні параметри ділянки траєкторії, при яких його просторове положення стало б визначеним.

Для цього вказується напрямок руху за годинниковою стрілкою або проти неї функціями $G02$, $G03$, площина обробки – функціями $G17$, $G18$, $G19$, проекції радіус-вектора дуги – розмірними переміщеннями I , J , K , та координати кінцевої точки:

– в абсолютній системі:

$N\{i\} G02 G17 \dots G90 X\{x_1\} Y\{y_1\} I\{x_c - x_0\} J\{y_c - y_0\} \dots$

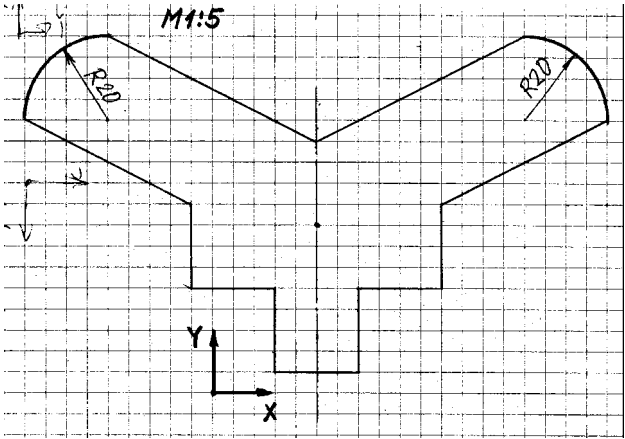
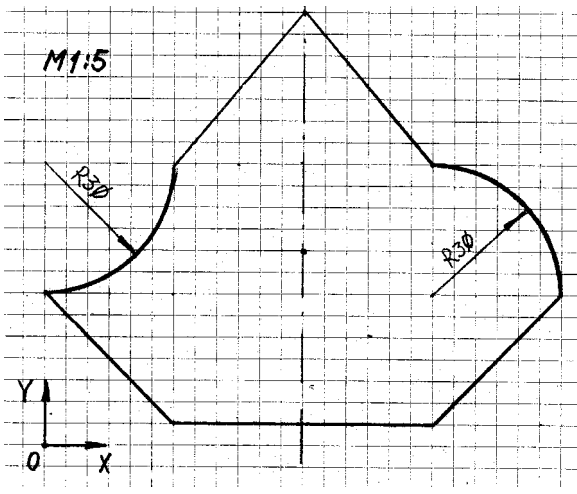
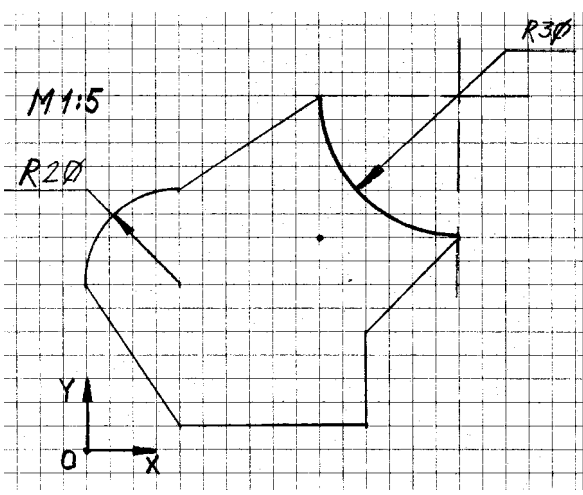
– у відносній системі:

$N\{i\} G02 G17 \dots G91 X\{x_1 - x_0\} Y\{y_1 - x_0\} I\{x_c - x_0\} J\{y_c - y_0\} \dots$

Кругова інтерполяція і відповідний рух може вестись тільки у площині двох координат XY ($G17$), XZ ($G18$), YZ ($G19$). Всі значення координат кінцевої точки і проекції радіус-вектора необхідно задавати явно, в тому числі і нульові значення. Проекції радіус-вектора задають завжди в приростах із врахуванням знаків проекції.

3. Контрольні завдання

Номер завдання	Варіант завдання	Умова завдання
----------------	------------------	----------------

1	<p>контур 1</p> 	<p>Рух за год.стрілкою, ззовні контура</p>
2	<p>контур 2</p> 	<p>Рух за год.стрілкою, ззовні контура</p>
3	<p>контур 3</p> 	<p>Рух за год.стрілкою, ззовні контура</p>
4	<p>контур 4</p>	<p>Рух за год.стрілкою, ззовні контура</p>

5	<p>контур 5</p>	Рух за год.стрілкою, ззовні контура
6	<p>контур 6</p>	Рух за год.стрілкою, ззовні контура
7	<p>контур 7</p>	Рух за год.стрілкою, ззовні контура

8	<p>контур 8</p>	Рух за год.стрілкою, ззовні контура
9	<p>контур 9</p>	Рух за год.стрілкою, ззовні контура
10	<p>контур 10</p>	Рух за год.стрілкою, ззовні контура

	<p>M 1:5</p>	
11	<p>контур 11</p> <p>M 1:5</p>	Рух за год.стрілкою, ззовні контура
12	<p>контур 12</p> <p>M 1:5</p>	Рух за год.стрілкою, ззовні контура
13	контур 1	Рух проти год.стрілкою, ззовні контура
14	контур 2	Рух проти

		год.стрілкою, ззовні контура
15	контур 3	Рух проти год.стрілкою, ззовні контура
16	контур 4	Рух проти год.стрілкою, ззовні контура
17	контур 5	Рух проти год.стрілкою, ззовні контура
18	контур 6	Рух проти год.стрілкою, ззовні контура
19	контур 7	Рух проти год.стрілкою, ззовні контура
20	контур 8	Рух проти год.стрілкою, ззовні контура
21	контур 9	Рух проти год.стрілкою, ззовні контура
22	контур 10	Рух проти год.стрілкою, ззовні контура
23	контур 11	Рух проти год.стрілкою, ззовні контура

24	контур 12	Рух проти год.стрілкою, зовні контура
25	контур 2	Рух проти год.стрілкою, зовні контура
26	контур 3	Рух за год.стрілкою, всередині контуру
27	контур 4	Рух за год.стрілкою, всередині контуру
28	контур 6	Рух за год.стрілкою, всередині контуру
29	контур 7	Рух за год.стрілкою, всередині контуру
30	контур 9	Рух за год.стрілкою, всередині контуру

Комп'ютерний практикум № 6
ДОСЛІДЖЕННЯ МЕТОДІВ ІНТЕРПОЛЯЦІЇ РУХУ ІНСТРУМЕНТУ НА
ТЕХНОЛОГІЧНОМУ УСТАТКУВАННІ З ЧПУ

1. Мета та порядок виконання завдання практикуму

Мета виконання: вивчення методики проведення розрахунків траєкторії лінійного та кругового руху інструмента та дослідження факторів, впливаючих на утворення похибки формоутворення контура деталей в системах ЧПУ.

Порядок виконання:

1. Ознайомитись з теоретичним матеріалом.

2. За заданим кресленням контуру деталі (з практикуму №5) для лінійної ділянки траєкторії руху інструмента виконати інтерполяцію видачі керуючих дискрет заданим методом. За результатами розрахунків побудувати часові діаграми видачі керуючих дискрет, а також інтерполяційну траєкторію руху інструмента при формуванні контуру.

3. За заданим кресленням контуру деталі (з практикуму №5) для кругової ділянки траєкторії руху інструмента виконати інтерполяцію видачі керуючих дискрет заданим методом. За результатами розрахунків побудувати часові діаграми видачі керуючих дискрет, а також інтерполяційну траєкторію руху інструмента при формуванні контуру.

4. Дослідити залежність точності утворення траєкторії, що відпрацьовується, від параметрів методу лінійної інтеполяції – дискретності, угла нахилу траєкторії, періода інтерполяції, кругової інтерполяції – дискретності, радіуса кола траєкторії, періода інтерполяції. У якості показників точності розглядати сумарну, середньоквадратичну і максимальну похибку інтерполяції. Провести інтерпретацію отриманих результатів, розробивши або застосувавши учбову програму розрахунку траєкторії руху інструмента методами інтерполяції.

5. Підготувати звіт.

2. Основні теоретичні відомості

2.1. Розрахунок лінійної інтерполяції

Методом оцінної функції з прогнозуючим кроком виконати лінійну інтерполяцію заданої траєкторії, за результатами якої якісно оцінити ступінь наближення до траєкторії та встановити основний показник, що найбільше впливає на похибку інтерполяції. Показники інтерполяції наведені в таблиці:

Дискретність верстату d , мм	Початкова точка (x_0, y_0) , мм	Кінцева точка (x_k, y_k) , мм
10мм	(0;0)	(50;40)

Алгоритм методу:

- 1) якщо оцінна функція $F \geq 0$, то прогнозний крок на 1 дискрету по ведучій координаті;
- 2) якщо оцінна функція $F < 0$, то прогнозний крок на 1 дискрету по ведучій та веденій координатах;
- 3) крок на привід відстає на один такт від прогнозного кроку, тобто $(k-1)$ -й крок на привід відповідає k -му прогнозованому кроку.

Розрахунок:

Ведуча координат X , тому що $x_k > y_k$.

$$x_0 = 0, y_0 = 0, F_0 = 0;$$

$$k=1, F_0=0, \text{ то прогнозний крок по } X, F_1 = F_0 - Y = -40$$

$$\text{координати точки прогнозу } x_1 = x_0 + 10 = 10, y_1 = y_0 = 0$$

$$\text{координати точки на привід } x_{x0} = 0, y_{y0} = 0$$

$$k=2, F_1 = -40, \text{ то прогнозний крок по } X \text{ та } Y, F_2 = F_1 - Y + X = -40 - 40 + 50 = -30$$

$$\text{координати точки прогнозу } x_2 = x_1 + 10 = 10 + 10 = 20, y_2 = y_1 + 10 = 10$$

$$\text{координати точки на привід } x_{x1} = x_{x0} + 10 = 0 + 10 = 10, y_{y1} = y_{y0} + 10 = 0 + 10 = 10$$

$$k=3, F_2 = -30, \text{ то прогнозний крок по } X \text{ та } Y, F_3 = F_2 - Y + X = -30 - 40 + 50 = -20$$

$$\text{координати точки прогнозу } x_3 = x_2 + 10 = 20 + 10 = 30, y_3 = y_2 + 10 = 10 + 10 = 20$$

координати точки на привід $xx_2=xx_1+10=10+10=20$, $yy_2=yy_1+10 = 10+10=20$

$k=4$, $F_3=-20$, то прогнозний крок по X та Y, $F_4=F_3-Y+X=-20-40+50=-10$

координати точки прогнозу $x_4=x_3+10=30+10=40$, $y_4=y_3+10=20+10=30$

координати точки на привід $xx_3=xx_2+10=20+10=30$, $yy_3=yy_2+10 = 20+10=30$

$k=5$, $F_4=-10$, то прогнозний крок по X та Y, $F_5=F_4-Y+X=-10-40+50=0$

координати точки $x_5=x_4+10=40+10=50$, $y_5=y_4+10=30+10=40$

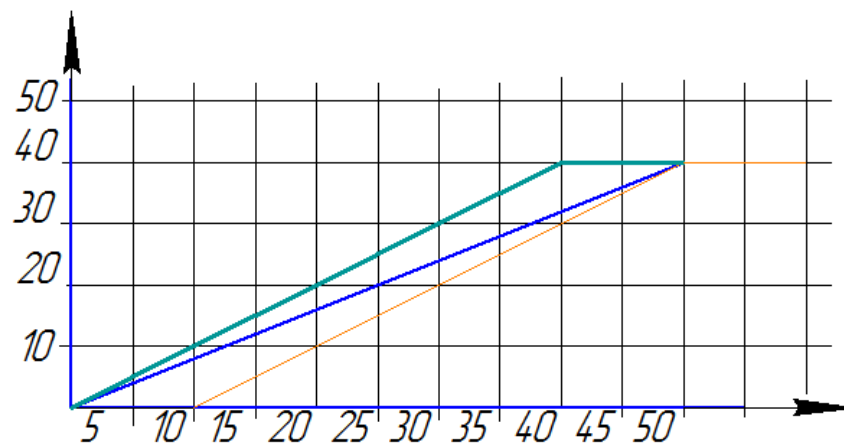
координати точки на привід $xx_4=xx_3+10=30+10=40$,
 $yy_4=yy_3+10=30+10=40$

$k=6$, $F_5=0$, то прогнозний крок по X, $F_6=F_5-Y=0-40=-40$

координати точки $x_6=x_5+10=50+10=60$, $y_6=y_5=40$

координати точки на привід $xx_5=xx_4+10=40+10=50$, $yy_5=yy_4=40$

Результати інтерполяції: верхня траєкторія – на привід, нижня – прогнозна, середня – задана.



Висновки:

Кут нахилу заданої траєкторії до ведучої координати X складає $\arctg(Y/X)=\arctg(40/50)=38,6$ град. Ступінь наближення до траєкторії досить високий, тому що кут нахилу близький до 45 градусів, при якому похибка інтерполяції складає 0. Тому, в даному методі при постійному значенні дискретності на похибку інтерполяції найбільше впливає координата кінцевої

точки, тому що вона визначає кут нахилу прямої. Таким чином, для траєкторій з кутом нахилу близьким до 45град, дискретність може бути збільшена, а при близьких до 0град – зменшена для отримання найменших похибок інтерполяції.

Методом оцінної функції на постійній несучій частоті виконати лінійну інтерполяцію заданої траєкторії, за результатами якої якісно оцінити ступінь наближення до траєкторії та встановити основний показник, що найбільше впливає на похибку інтерполяції. Показники інтерполяції наведені в таблиці:

Дискретність верстату d, мм	Швидкість руху V, мм/сек	Період інтерполяції T, сек	Початкова точка (x ₀ ,y ₀), мм	Кінцева точка (x _k ,y _k), мм
1мм	1мм/сек	бсек	(0,0)	(10,12)

Алгоритм методу:

1) Попередньо приводимо координати та швидкість до єдиної системи вимірювання в дискретах,

$$\text{визначаємо час обробки кадру } \tau = \frac{\sqrt{(x_k - x_0)^2 + (y_k - y_0)^2}}{V},$$

$$\text{кадрові прирости координат } X = x_k - x_0, Y = y_k - y_0,$$

$$\text{середні міжтактові прирости координат } \overline{\Delta x} = \frac{XT}{\tau}, \overline{\Delta y} = \frac{YT}{\tau}$$

$$\text{загальну кількість кроків } i_{max} = \lceil \tau/T \rceil;$$

2) Розраховуємо одночасно оцінні функції обох координат для поточного кроку інтерполяції:

$$\Delta x_k = [\overline{\Delta x}], N_k = \sum_{i=1}^k \Delta x_i - k \cdot [\overline{\Delta x}] - \text{оцінна функція координати X,}$$

$$\Delta y_k = [\overline{\Delta y}], M_k = \sum_{i=1}^k \Delta y_i - k \cdot [\overline{\Delta y}] - \text{оцінна функція для координати Y ;}$$

$$3) \text{ якщо } N_k < 0, \text{ то } \Delta x_k = [\overline{\Delta x}] + 1, \text{ інакше } \Delta x_k = [\overline{\Delta x}], x_k = x_{k-1} + \Delta x_k$$

$$\text{якщо } M_k < 0, \text{ то } \Delta y_k = [\overline{\Delta y}] + 1, \text{ інакше } \Delta y_k = [\overline{\Delta y}], y_k = y_{k-1} + \Delta y_k$$

4) для останнього кроку $k=i_{max}$ розраховуємо

$$\Delta x_{i_{max}} = X - \sum_{i=1}^{i_{max}-1} \Delta x_i, \quad \Delta y_{i_{max}} = Y - \sum_{i=1}^{i_{max}-1} \Delta y_i$$

Розрахунок:

Приводимо координати та швидкість до єдиної системи вимірювання в дискретах, тобто

швидкість 1д/сек, кінцева точка (10д,12д).

Визначаємо час обробки кадру τ = довжина шляху/швидкість ;

$$\tau = \frac{\sqrt{(x_k - x_0)^2 + (y_k - y_0)^2}}{V} = \frac{\sqrt{(10 - 0)^2 + (12 - 0)^2}}{1} = 15.62$$

Визначаємо кадрові прирости (в дискретах):

$$X = x_k - x_0 = 10, Y = y_k - y_0 = 12$$

та середні між тактові прирости Δx та Δy (в дискретах):

$$\overline{\Delta x} = \frac{XT}{\tau} = \frac{10 \times 6}{15.62} = 3.84 \quad \text{ціле}(\Delta x) = 3$$

$$\overline{\Delta y} = \frac{YT}{\tau} = \frac{12 \times 6}{15.62} = 4.6 \quad \text{ціле}(\Delta y) = 4$$

Загальна кількість кроків :

$$i_{max} = \left\lceil \frac{\tau}{T} \right\rceil = \left\lceil \frac{15.62}{6} \right\rceil = 2.603 \lceil = 3$$

Рухаємося одночасно по осі x та y :

$$N_k = \sum_{i=1}^k \Delta x_i - k * \text{int}(\Delta x) - \text{оціночна функція для координати X ;}$$

$$M_k = \sum_{i=1}^k \Delta y_i - k * \text{int}(\Delta y) - \text{оціночна функція для координати Y ;}$$

крок $k=1$

$$\Delta x_1 = \text{ціле}(\Delta x) = 3$$

$$N_1 = 3 - 1 * 3.84 = -0.84 < 0; \Delta x_1 = \text{ціле}(\Delta x) + 1d = 4$$

$$x_1 = x_0 + \Delta x_1 = 4;$$

$$\Delta y_1 = \text{ціле}(\Delta y) = 4$$

$$M_1 = 4 - 1 * 4.6 = -0.6 < 0; \Delta y_1 = \text{ціле}(\Delta y) + 1d = 5$$

$$y_1 = y_0 + \Delta y_1 = 5;$$

крок k=2

$$\Delta x_2 = \text{ціле}(\Delta x) = 3$$

$$N_2 = 4 + 3 - 2 * 3.84 = -0.68 < 0; \Delta x_2 = \text{ціле}(\Delta x) + 1d = 4$$

$$x_2 = x_1 + \Delta x_2 = 8;$$

$$\Delta y_2 = \text{ціле}(\Delta y) = 4$$

$$M_2 = 5 + 4 - 2 * 4.6 = -0.2 < 0; \Delta y_2 = \text{ціле}(\Delta y) + 1d = 5$$

$$y_2 = y_1 + \Delta y_2 = 10;$$

останній крок k=3

$$\Delta x_{i_{\max}} = X - \sum_{i=1}^{i_{\max}-1} \Delta x_i; \Delta x_3 = 10 - 8 = 2$$

$$x_3 = x_2 + \Delta x_3 = 8 + 2 = 10;$$

$$\Delta y_{i_{\max}} = Y - \sum_{i=1}^{i_{\max}-1} \Delta y_i; \Delta y_3 = 12 - 10 = 2$$

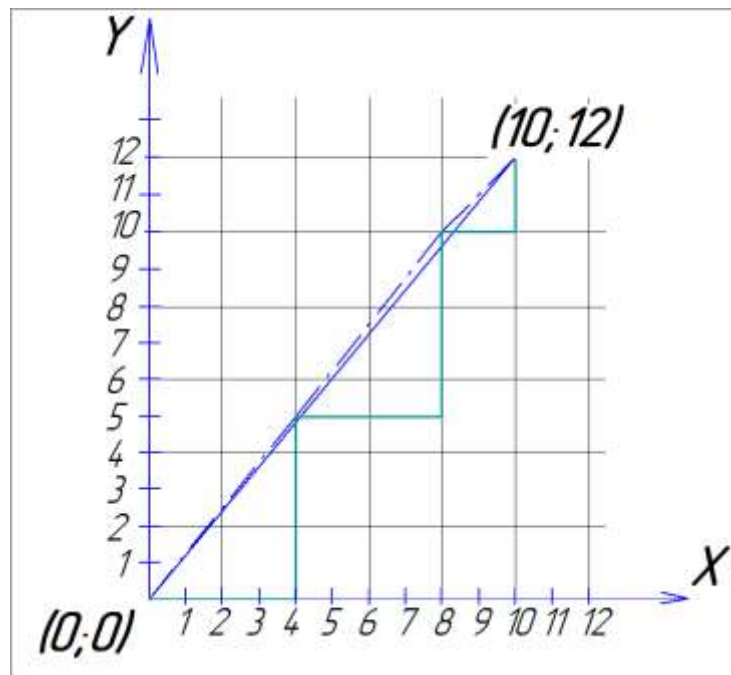
$$y_3 = y_2 + \Delta y_3 = 10 + 2 = 12;$$

Усі розрахунки координат виконано в дискретах.

Для переведення координат в мм потрібно отримані значення помножити на d.

Результати:

В даній задачі точність достатньо висока, тому що повних періодів – 2, а залишок 0,8 та 0,6.



Висновки:

При використанні даного методу точність інтерполяції визначається значеннями міжтактових приростів кожного кроку, обсяги яких залежать від швидкості руху, періода інтерполяції та координат кінцевої точки. Тобто, чим більше дискрет відпрацьовується за період інтерполяції, тим менше цих періодів і ближче траєкторія інтерполяції до заданої. Коригування значення міжтактового приросту відбувається за рахунок компесування виявленої похибки на поточному кроці інтерполяції, що може призводити до несприйняттого хвилеподібного руху (відхід-повернення) вздовж заданої траєкторії при незначних крокових похибок (0-0,5).

Отже, найбільше на точність впливає комплексний показник з періоду інтерполяції та швидкості руху, який оцінюється за кількістю періодів, а якісна оцінка характеру траєкторії інтерполяції за значенням залишку від цілого середнього міжтактового приросту.

Методом цифрового диференційного аналізатору виконати лінійну інтерполяцію заданої траєкторії, за результатами якої якісно оцінити ступінь

наближення до траєкторії та встановити основний показник, що найбільше впливає на похибку інтерполяції. Показники інтерполяції наведені в таблиці:

Дискретність верстату d , мм	Швидкість руху V , мм/сек	Період інтерполяції T , сек	Початкова точка (x_0, y_0) , мм	Кінцева точка (x_k, y_k) , мм
1 мм	2 мм/сек	2 сек	(0,0)	(10,12)

Алгоритм методу:

1) Попередньо приводимо координати та швидкість до єдиної системи вимірювання в дискретах,

$$\text{визначаємо час обробки кадру } \tau = \frac{\sqrt{(x_k - x_0)^2 + (y_k - y_0)^2}}{V},$$

кадрові прирости координат $X = x_k - x_0$, $Y = y_k - y_0$,

$$\text{середні міжтактові прирости координат } \overline{\Delta x} = \frac{XT}{\tau}, \quad \overline{\Delta y} = \frac{YT}{\tau}$$

загальну кількість кроків $i_{max} = \lceil \tau/T \rceil$;

2) Розраховуємо одночасно міжтактові прирости обох координат для поточного кроку інтерполяції:

$$\overline{\Delta x}_k = \overline{\Delta x} + \Delta_{k-1}^x - \text{повний міжтактовий приріст координати X,}$$

$\Delta x_k = \lfloor \overline{\Delta x}_k \rfloor$, $x_k = x_{k-1} + \Delta x_k$, $\Delta_k^x = \overline{\Delta x}_k - \Delta x_k$ - дробовий залишок приросту координати X,

$$\overline{\Delta y}_k = \overline{\Delta y} + \Delta_{k-1}^y - \text{повний міжтактовий приріст координати Y,}$$

$\Delta y_k = \lfloor \overline{\Delta y}_k \rfloor$, $y_k = y_{k-1} + \Delta y_k$, $\Delta_k^y = \overline{\Delta y}_k - \Delta y_k$ - дробовий залишок приросту координати Y,

3) для останнього кроку $k=i_{max}$ розраховуємо

$$\Delta x_{i_{max}} = X - \sum_{i=1}^{i_{max}-1} \Delta x_i, \quad \Delta y_{i_{max}} = Y - \sum_{i=1}^{i_{max}-1} \Delta y_i$$

Розрахунки:

Приводимо координати та швидкість до єдиної системи вимірювання в дискретах, тобто

швидкість 2д/сек, кінцева точка (10д,12д).

Визначаємо час обробки кадру

$$\tau = \frac{\sqrt{(x_k - x_0)^2 + (y_k - y_0)^2}}{V} = \frac{\sqrt{(10 - 0)^2 + (12 - 0)^2}}{2} = 7.81$$

Визначаємо кадрові прирости (в дискретах)

$$X = x_k - x_0 = 10, Y = y_k - y_0 = 12$$

та середні міжтактові прирости Δx та Δy (в дискретах):

$$\Delta x = \frac{X T}{\tau} = \frac{10 \cdot 2}{7.81} = 2.56; \text{ціле}(\Delta x) = 2;$$

$$\Delta y = \frac{Y T}{\tau} = \frac{12 \cdot 2}{7.81} = 3.07; \text{ціле}(\Delta y) = 3;$$

Загальна кількість кроків:

$$i_{\max} = \lceil \tau / T \rceil = \lceil 7.81 / 2 \rceil = 4$$

Рухаємося одночасно по осі x та y:

крок $i=1$

$$\overline{\Delta x}_1 = \overline{\Delta x} + \Delta x_0^x = 2.56 + 0 = 2.56$$

$$\Delta x_1 = \lfloor \overline{\Delta x}_1 \rfloor = 2$$

$$\Delta x_1^x = \overline{\Delta x}_1 - \Delta x_1 = 2.56 - 2 = 0.56$$

$$x_1 = x_0 + \Delta x_1 = 2;$$

$$\overline{\Delta y}_1 = \overline{\Delta y} + \Delta y_0^y = 3.07 + 0 = 3.07$$

$$\Delta y_1 = \lfloor \overline{\Delta y}_1 \rfloor = 3$$

$$\Delta y_1^y = \overline{\Delta y}_1 - \Delta y_1 = 3.07 - 3 = 0.07$$

$$y_1 = y_0 + \Delta y_1 = 3;$$

крок $i=2$

$$\overline{\Delta x}_2 = \overline{\Delta x} + \Delta x_1^x = 2.56 + 0.56 = 3.12$$

$$\Delta x_2 = \lfloor \overline{\Delta x}_2 \rfloor = 3$$

$$\Delta x_2^x = \overline{\Delta x}_2 - \Delta x_2 = 3.12 - 3 = 0.12$$

$$x_2 = x_1 + \Delta x_2 = 5;$$

$$\overline{\Delta y_2} = \overline{\Delta y} + \Delta_1^y = 3.07 + 0.07 = 3.14$$

$$\Delta y_2 = [\overline{\Delta y_2}] = 3$$

$$\Delta_2^y = \overline{\Delta y_2} - \Delta y_2 = 3.14 - 3 = 0.14$$

$$y_2 = y_1 + \Delta y_2 = 6;$$

крок $i=3$

$$\overline{\Delta x_3} = \overline{\Delta x} + \Delta_2^x = 2.56 + 0.12 = 2.68$$

$$\Delta x_3 = [\overline{\Delta x_3}] = 2$$

$$\Delta_3^x = \overline{\Delta x_3} - \Delta x_3 = 2.68 - 2 = 0.68$$

$$x_3 = x_2 + \Delta x_3 = 7;$$

$$\overline{\Delta y_3} = \overline{\Delta y} + \Delta_2^y = 3.07 + 0.14 = 3.21$$

$$\Delta y_3 = [\overline{\Delta y_3}] = 3$$

$$\Delta_3^y = \overline{\Delta y_3} - \Delta y_3 = 3.21 - 3 = 0.21$$

$$y_3 = y_2 + \Delta y_3 = 9;$$

останній крок $i=4$

$$\Delta x_{i_{\max}} = X - \sum_{i=1}^{i_{\max}-1} \Delta x_i; \Delta x_4 = 10 - 7 = 3$$

$$x_4 = x_3 + \Delta x_4 = 7 + 3 = 10;$$

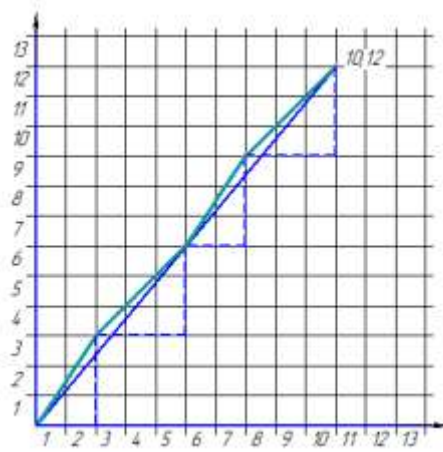
$$\Delta y_{i_{\max}} = Y - \sum_{i=1}^{i_{\max}-1} \Delta y_i; \Delta y_4 = 12 - 9 = 3$$

$$y_4 = y_3 + \Delta y_4 = 9 + 3 = 12;$$

Усі розрахунки координат виконано в дискретах.

Для переведення координат в мм потрібно отримані значення помножити на d .

Результати:



Точність достатньо посередня, тому що повних періодів – 4, а залишок 0,56 та 0,07.

Висновки:

При використанні даного методу точність інтерполяції визначається значеннями міжтактових приростів кожного кроку, обсяги яких залежать від швидкості руху, періода інтерполяції та координат кінцевої точки. Тобто, чим більше дискрет відпрацьовується за період інтерполяції, тим менше цих періодів і ближче траєкторія інтерполяції до заданої. Коригування значення міжтактового приросту відбувається за рахунок накопичення похибки і її компенсування в наступних кроках інтерполяції, що може призводити до несприйняттого хвилеподібного руху (відхід-повернення) вздовж заданої траєкторії при значних крокових дробових залишків (0,5-1).

Отже, найбільше на точність впливає комплексний показник з періоду інтерполяції та швидкості руху, який оцінюється за кількістю періодів, а якісна оцінка характеру траєкторії інтерполяції за значенням залишку від цілого середнього міжтактового приросту.

2.2. Розрахунок кругової інтерполяції

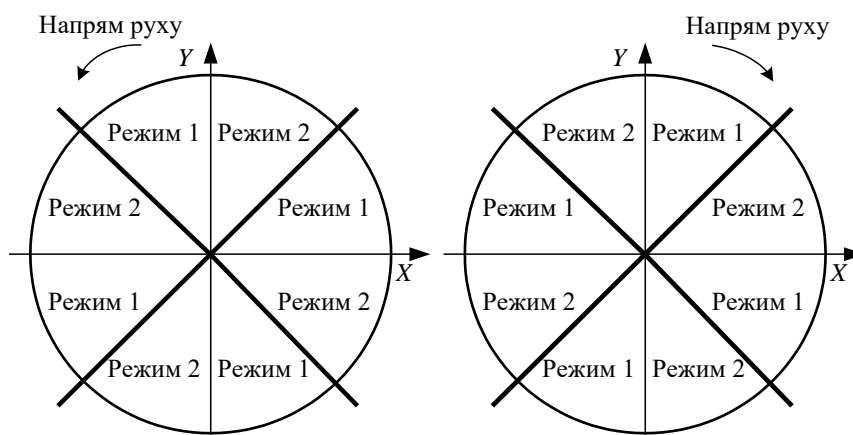
Методом оцінної функції з прогнозуючим кроком виконати кругову інтерполяцію заданої траєкторії, за результатами якої якісно оцінити ступінь

наближення до траєкторії та встановити основний показник, що найбільше впливає на похибку інтерполяції. Показники інтерполяції наведені в таблиці:

Радіус окружності R	Дискретність верстату d	Початкова точка (x_0, y_0) , мм	Кінцева точка (x_k, y_k) , мм	Напрямок руху
55мм	5мм	(55;0)	(0;55)	проти г.с.

Алгоритм методу:

Враховуючи, що кругова інтерполяція може виконуватися у двох напрямках руху за і проти годинникової стрілки існує 8 варіантів застосування алгоритмів проведення розрахунків інтерполяції:



Узагальнений алгоритм кругової інтерполяції складається з наступних режимів:

Режим 1 (точки знаходяться до лінії переключення координат):

– якщо $F > 0$ або $F = 0$, то прогнозуючий крок виконується по ведучій та веденій координатах;

– якщо $F < 0$, то прогнозуючий крок виконується по ведучій координаті.

Режим 2 (точки знаходяться після лінії переключення координат):

– якщо $F > 0$ або $F = 0$, то прогнозуючий крок виконується по ведучій координаті;

– якщо $F < 0$, то прогнозуючий крок виконується по ведучій та веденій координатах;

– крок на привід відстає на один такт від прогнозуючого і відповідає наступному прогнозуючому кроку.

Точка, що знаходиться на лінії переключення координат (x_p, y_p) , має $x_p = y_p = R/\sqrt{2}$.

При прогнозуючому кроці по осі Y координата дорівнює $y_{i+1} = y_i + 1$, а оцінна функція:

$$F_{i+1} = F_i + 2y_i + 1.$$

При прогнозуючому кроці по діагоналі координати змінюються $y_{i+1} = y_i + 1$, $x_{i+1} = x_i - 1$, а оцінна функція дорівнює:

$$F_{i+1} = F_i + 2y_i - 2x_i + 2.$$

При круговій інтерполяції проти годинникової стрілки в другому за напрямком руху напівквадраті першого квадранта кроки виконуються: при $F > 0$ – по осі ведучої координати X , а при $F < 0$ – по діагоналі.

При прогнозуючому кроці по осі X координата $x_{i+1} = x_i - 1$, оцінна функція:

$$F_{i+1} = F_i - 2x_i + 1.$$

Кроки по діагоналі в кожному окремому випадку вибираються з метою кращого (плавного) наближення до заданої траєкторії, що інтерполюється. Одночасний рух по обох осях призводить до зниження похибки апроксимації кола.

Розрахунок:

Точка, що знаходиться на лінії переключення координат
 $(55/\sqrt{2}, 55/\sqrt{2}) = (38.89\text{мм}, 38.89\text{мм}) = (7.78d, 7.78d)$

1 сектор – режим 1

Ведуча координата Y , тому що має найбільший приріст у цьому секторі
 $x_0 = 55/5 = 11d$, $y_0 = 0d$, $F_0 = 0$;

$k=1$, $F_0=0$, то прогнозуючий крок по Y та X ,

$$F_1 = F_0 + 2y_0 - 2x_0 + 2 = 0 + 2 \cdot 0 - 2 \cdot 11 + 2 = -20d = -100\text{мм}$$

координати точки прогнозу $x_1 = x_0 - 1 = 10d = 50\text{мм}$, $y_1 = y_0 + 1 = 1d = 5\text{мм}$

координати точки на привід $x_0 = 11d$, $y_0 = 0$

$k=2, F_1=-20d<0$, то прогнозирующий шаг по Y ,

$$F_2 = F_1 + 2y_1 + 1 = -20+2*1+1 = -17d = -85\text{мм}$$

координаты точки прогноза $x_2=x_1=10d=50\text{мм}$, $y_2=y_1+1=2d=10\text{мм}$

координаты точки на привід $xx_1=xx_0=11d=55\text{мм}$, $yy_1=yy_0+1=1d=5\text{мм}$

$k=3, F_2=-17d<0$, то прогнозирующий шаг по Y ,

$$F_3 = F_2 + 2y_2 + 1 = -17+2*2+1 = -12d = -85\text{мм}$$

координаты точки прогноза $x_3=x_2=10d=50\text{мм}$, $y_3=y_2+1=3d=15\text{мм}$

координаты точки на привід $xx_2=xx_1=11d=55\text{мм}$, $yy_2=yy_1+1=2d=10\text{мм}$

$k=4, F_3=-12d<0$, то прогнозирующий шаг по Y ,

$$F_4 = F_3 + 2y_3 + 1 = -12+2*3+1 = -5d = -25\text{мм}$$

координаты точки прогноза $x_4=x_3=10d=50\text{мм}$, $y_4=y_3+1=4d=20\text{мм}$

координаты точки на привід $xx_3=xx_2=11d=55\text{мм}$, $yy_3=yy_2+1=3d=15\text{мм}$

$k=5, F_4=-5d<0$, то прогнозирующий шаг по Y ,

$$F_5 = F_4 + 2y_4 + 1 = -5+2*4+1 = 4d = 20\text{мм}$$

координаты точки прогноза $x_5=x_4=10d=50\text{мм}$, $y_5=y_4+1=5d=25\text{мм}$

координаты точки на привід $xx_4=xx_3=11d=55\text{мм}$, $yy_4=yy_3+1=4d=20\text{мм}$

$k=6, F_5=4d>0$, то прогнозирующий шаг по Y та X ,

$$F_6 = F_5 + 2y_5 - 2x_5 + 2 = 4+2*5-2*10+2 = -4d = -20\text{мм}$$

координаты точки прогноза $x_6=x_5-1=9d=45\text{мм}$, $y_6=y_5+1=6d=30\text{мм}$

координаты точки на привід $xx_5=xx_4-1=10d=50\text{мм}$, $yy_5=yy_4+1=5d=25\text{мм}$

$k=7, F_6=-4d<0$, то прогнозирующий шаг по Y ,

$$F_7 = F_6 + 2y_6 + 1 = -4+2*6+1 = 9d = 45\text{мм}$$

координаты точки прогноза $x_7=x_6=9d=45\text{мм}$, $y_7=y_6+1=7d=35\text{мм}$

координаты точки на привід $xx_6=xx_5=10d=50\text{мм}$, $yy_6=yy_5+1=6d=30\text{мм}$

$k=8, F_7=9d>0$, то прогнозуючий крок по Y та X ,

$$F_8 = F_7 + 2y_7 - 2x_7 + 2 = 9+2*7-2*9+2 = 7d = 35\text{мм}$$

координати точки прогнозу $x_8=x_7-1=8d=40\text{мм}$, $y_8=y_7+1=8d=40\text{мм}$

координати точки на привід $xx_7=xx_6-1=9d=45\text{мм}$, $yy_7=yy_6+1=7d=35\text{мм}$

$x_8=8d=40\text{мм}$, $y_8=8d=40\text{мм}$ – знаходиться на лінії переключення, зміна ведучої та веденої координат

2 сектор – режим 2

Ведуча координата X , тому що має найбільший приріст у цьому секторі

$k=9, F_8=7d>0$, то прогнозуючий крок по X ,

$$F_9 = F_8 - 2x_8 + 1 = 7-2*8+1 = -8d = -40\text{мм}$$

координати точки прогнозу $x_9=x_8-1=7d=35\text{мм}$, $y_9=y_8=8d=40\text{мм}$

координати точки на привід $xx_8=xx_7-1=8d=40\text{мм}$, $yy_8=yy_7=7d=35\text{мм}$

$k=10, F_9=-8d<0$, то прогнозуючий крок по X та Y ,

$$F_{10} = F_9 + 2y_9 - 2x_9 + 2 = -8+2*8-2*7+2 = -4d = -20\text{мм}$$

координати точки прогнозу $x_{10}=x_9-1=6d=30\text{мм}$, $y_{10}=y_9+1=9d=45\text{мм}$

координати точки на привід $xx_9=xx_8-1=7d=35\text{мм}$, $yy_9=yy_8+1=8d=40\text{мм}$

$k=11, F_{10}=-4d<0$, то прогнозуючий крок по X та Y ,

$$F_{11} = F_{10} + 2y_{10} - 2x_{10} + 2 = -4+2*9-2*6+2 = 4d = 20\text{мм}$$

координати точки прогнозу $x_{11}=x_{10}-1=5d=25\text{мм}$, $y_{11}=y_{10}+1=10d=50\text{мм}$

координати точки на привід $xx_{10}=xx_9-1=6d=30\text{мм}$, $yy_{10}=yy_9+1=9d=45\text{мм}$

$k=12, F_{11}=4d>0$, то прогнозуючий крок по X ,

$$F_{12} = F_{11} - 2x_{11} + 1 = 4-2*5+1 = -5d = -25\text{мм}$$

координати точки прогнозу $x_{12}=x_{11}-1=4d=20\text{мм}$, $y_{12}=y_{11}=10d=50\text{мм}$

координати точки на привід $xx_{11}=xx_{10}-1=5d=25\text{мм}$, $yy_{11}=yy_{10}=9d=45\text{мм}$

$k=13, F_{12}=-5d<0$, то прогнозує крок по X та Y ,

$$F_{13} = F_{12} + 2y_{12} - 2x_{12} + 2 = -5+2*10-2*4+2 = 9d = 45\text{мм}$$

координати точки прогнозу $x_{13}=x_{12}-1=3d=15\text{мм}$, $y_{13}=y_{12}+1=11d=55\text{мм}$

координати точки на привід $xx_{12}=xx_{11}-1=4d=20\text{мм}$, $yy_{12}=yy_{10}+1=10d=50\text{мм}$

$k=14, F_{13}=9d>0$, то прогнозує крок по X ,

$$F_{14} = F_{13} - 2x_{13} + 1 = 9-2*3+1 = 4d = 20\text{мм}$$

координати точки прогнозу $x_{14}=x_{13}-1=2d=10\text{мм}$, $y_{14}=y_{13}=11d=55\text{мм}$

координати точки на привід $xx_{13}=xx_{12}-1=3d=15\text{мм}$, $yy_{13}=yy_{12}=10d=50\text{мм}$

$k=15, F_{14}=4d>0$, то прогнозує крок по X ,

$$F_{15} = F_{14} - 2x_{14} + 1 = 4-2*2+1 = 1d = 5\text{мм}$$

координати точки прогнозу $x_{15}=x_{14}-1=1d=5\text{мм}$, $y_{15}=y_{14}=11d=55\text{мм}$

координати точки на привід $xx_{14}=xx_{13}-1=2d=10\text{мм}$, $yy_{14}=yy_{13}=10d=50\text{мм}$

$k=16, F_{15}=1d>0$, то прогнозує крок по X ,

$$F_{16} = F_{15} - 2x_{15} + 1 = 1-2*1+1 = 0d = 0\text{мм}$$

координати точки прогнозу $x_{16}=x_{15}-1=0d=0\text{мм}$, $y_{16}=y_{15}=11d=55\text{мм}$

координати точки на привід $xx_{15}=xx_{14}-1=1d=5\text{мм}$, $yy_{15}=yy_{14}=10d=50\text{мм}$

$x_{16}=0d=0\text{мм}$, $y_{16}=11d=55\text{мм}$ – кінцева точка прогнозу, отже останній приріст координат точки на привід буде як різниця між заданою кінцевою та поточною на привід:

координати точки на привід $xx_{16}=xx_{15}-1=0d=0\text{мм}$, $yy_{16}=yy_{15}+1=11d=55\text{мм}$

Методом оцінної функції на постійній несучій частоті виконати кругову інтерполяцію заданої траєкторії, за результатами якої якісно оцінити ступінь наближення до траєкторії та встановити основний показник, що

найбільше впливає на похибку інтерполяції. Показники інтерполяції наведені в таблиці:

Дискретність верстату d, мм	Швидкість руху V, мм/сек	Період інтерполяції T, сек	Радіус окружності R, мм	Початкова точка (x ₀ , y ₀), мм	Кінцева точка (x _k , y _k), мм	Напря м руху
1мм	1мм/сек	6сек	12мм	(12,0)	(0,12)	проти г.с.

Алгоритм методу:

1) Попередньо приводимо координати та швидкість до єдиної системи вимірювання в дискретах:

- визначаємо час обробки кадру $\tau = \frac{\sqrt{(x_k - x_0)^2 + (y_k - y_0)^2}}{V}$,

- середній приріст кута повороту точки інтерполяції $\tilde{\Delta\varphi} = \frac{VT}{R}$

- загальну кількість кроків $i_{max} = \lceil \tau/T \rceil$;

2) Розраховуємо одночасно оцінні функції обох координат для поточного кроку інтерполяції:

$$N_i = \sum_{k=1}^i \Delta x_k - \tilde{\Delta\varphi} \sum_{k=1}^i y_k \quad \text{- оцінна функція координати X,}$$

$$M_i = \sum_{k=1}^i \Delta y_k - \tilde{\Delta\varphi} \sum_{k=1}^i x_k \quad \text{- оцінна функція для координати Y,}$$

а) нехай для *i*-го циклу інтерполяції $\Delta x_i = 0$ і $\Delta y_i = 0$;

б) розрахувати $x_i = x_{i-1} - \Delta x_i$, $y_i = y_{i-1} + \Delta y_i$, а потім N_i , M_i ;

в) якщо $N_i \geq 0$ та $M_i \geq 0$, то Δx_i та Δy_i є кінцевими значеннями координатних приростів і цикл інтерполяції завершено;

г) якщо $N_i < 0$, то $\Delta x_i = \Delta x_i + 1$, якщо $M_i < 0$, то $\Delta y_i = \Delta y_i + 1$; виконати перехід до б).

3) для останнього кроку $k=i_{max}$ розраховуємо

$$\Delta x_{i_{max}} = X - \sum_{i=1}^{i_{max}-1} \Delta x_i, \quad \Delta y_{i_{max}} = Y - \sum_{i=1}^{i_{max}-1} \Delta y_i,$$

$$X = |x_k - x_0|, \quad Y = |y_k - y_0| \quad \text{- приріст координат}$$

Розрахунок:

Приводимо координати та швидкість до єдиної системи вимірювання в дискретах, тобто швидкість 1д/сек, початкова точка (12д,0д) , кінцева точка (0д,12д).

Визначаємо:

- час обробки кадру $\tau = \sqrt{12^{**2}+12^{**2}}/1=12*\sqrt{2}=16.97$

- середній приріст кута повороту точки інтерполяції $\Delta\varphi = 1*6/12 = 0.5$

- загальна кількість кроків $i_{\max} = \lceil 16.97/6 \rceil = 3$

$k=1$

$\Delta x_l = 0$ і $\Delta y_l = 0$

$x_l = x_0 - \Delta x_l = 12, y_l = y_0 + \Delta y_l = 0$

$N_l = 0 - 0.5 * 0 = 0, M_l = 0 - 0.5 * 12 = -6$

$\Delta x_l = 0$ і $\Delta y_l = 1$

$x_l = x_0 - \Delta x_l = 12, y_l = y_0 + \Delta y_l = 1$

$N_l = 0 - 0.5 * 1 = -0.5, M_l = 1 - 0.5 * 12 = -5$

$\Delta x_l = 1$ і $\Delta y_l = 2$

$x_l = x_0 - \Delta x_l = 11, y_l = y_0 + \Delta y_l = 2$

$N_l = 1 - 0.5 * 2 = 0, M_l = 2 - 0.5 * 11 = -3.5$

$\Delta x_l = 1$ і $\Delta y_l = 3$

$x_l = x_0 - \Delta x_l = 11, y_l = y_0 + \Delta y_l = 3$

$N_l = 1 - 0.5 * 3 = -0.5, M_l = 3 - 0.5 * 11 = -2.5$

$\Delta x_l = 2$ і $\Delta y_l = 4$

$x_l = x_0 - \Delta x_l = 10, y_l = y_0 + \Delta y_l = 4$

$N_l = 2 - 0.5 * 4 = 0, M_l = 4 - 0.5 * 10 = -1$

$\Delta x_l = 2$ і $\Delta y_l = 5$

$x_l = x_0 - \Delta x_l = 10, y_l = y_0 + \Delta y_l = 5$

$N_l = 2 - 0.5 * 5 = -0.5, M_l = 5 - 0.5 * 10 = 0$

$\Delta x_l = 3$ і $\Delta y_l = 5$

$$x_1 = x_0 - \Delta x_1 = 9, y_1 = y_0 + \Delta y_1 = 5$$

$$N_1 = 3 - 0.5 * 5 = 0.5, M_1 = 5 - 0.5 * 9 = 0.5$$

кінцеві значення кроку $\Delta x_1 = 3, \Delta y_1 = 5, x_1 = 9, y_1 = 5$

k=2

$$\Delta x_2 = 0 \text{ і } \Delta y_2 = 0$$

$$x_2 = x_1 - \Delta x_2 = 9 - 0 = 9, y_2 = y_1 + \Delta y_2 = 5 + 0 = 5$$

$$N_2 = (3 + 0) - 0.5 * (5 + 5) = -2, M_2 = (5 + 0) - 0.5 * (9 + 9) = -4$$

$$\Delta x_2 = 1 \text{ і } \Delta y_2 = 1$$

$$x_2 = x_1 - \Delta x_2 = 9 - 1 = 8, y_2 = y_1 + \Delta y_2 = 5 + 1 = 6$$

$$N_2 = (3 + 1) - 0.5 * (5 + 6) = -1.5, M_2 = (5 + 1) - 0.5 * (9 + 8) = -2.5$$

$$\Delta x_2 = 2 \text{ і } \Delta y_2 = 2$$

$$x_2 = x_1 - \Delta x_2 = 9 - 2 = 7, y_2 = y_1 + \Delta y_2 = 5 + 2 = 7$$

$$N_2 = (3 + 2) - 0.5 * (5 + 7) = -1, M_2 = (5 + 2) - 0.5 * (9 + 7) = -1$$

$$\Delta x_2 = 3 \text{ і } \Delta y_2 = 3$$

$$x_2 = x_1 - \Delta x_2 = 9 - 3 = 6, y_2 = y_1 + \Delta y_2 = 5 + 3 = 8$$

$$N_2 = (3 + 3) - 0.5 * (5 + 8) = -0.5, M_2 = (5 + 3) - 0.5 * (9 + 6) = 0.5$$

$$\Delta x_2 = 4 \text{ і } \Delta y_2 = 3$$

$$x_2 = x_1 - \Delta x_2 = 9 - 4 = 5, y_2 = y_1 + \Delta y_2 = 5 + 3 = 8$$

$$N_2 = (3 + 4) - 0.5 * (5 + 8) = 0.5, M_2 = (5 + 3) - 0.5 * (9 + 5) = 1$$

кінцеві значення кроку $\Delta x_2 = 4, \Delta y_2 = 3, x_2 = 5, y_2 = 8$

k=3

$$\Delta x_3 = 12 - (3 + 4) = 5, \Delta y_3 = 12 - (5 + 3) = 4$$

$$x_3 = x_2 - \Delta x_3 = 5 - 5 = 0, y_3 = y_2 + \Delta y_3 = 8 + 4 = 12$$

3. Контрольні завдання

Виконати лінійну інтерполяцію видачі керуючих дискрет методами:

- оцінної функції з прогнозуючим кроком (ОФПК);

- оцінної функції на постійній несучій частоті (ОФНЧ);
- цифрових диференційних аналізаторів (ЦДА).

Виконати кругову інтерполяцію видачі керуючих дискрет методами:

- оцінної функції з прогнозуючим кроком (ОФПК)
- оцінної функції на постійній несучій частоті (ОФНЧ)
- прогноза і корекції (ПК)

Номер завдання	Метод лінійної інтерполяції, контур, похила ділянка	Метод кругової інтерполяції, контур, коло
1	ОФПК, 1, ліва верхня	ПК, 1, ліва R20
2	ОФНЧ, 2, ліва верхня	ОФПК, 2, ліва R30
3	ЦДА, 3, ліва верхня	ОФНЧ, 3, ліва R20
4	ОФПК, 4, ліва	ОФНЧ, 4, ліва R25
5	ОФНЧ, 5, ліва верхня	ПК, 5, R25
6	ЦДА, 6, ліва	ОФПК, 6, R15
7	ОФПК, 7, ліва	ОФПК, 7, R30
8	ОФНЧ, 8, верхня	ОФНЧ, 8, R20
9	ЦДА, 9, ліва	ПК, 9, R20
10	ОФПК, 10, верхня	ПК, 10, R20
11	ОФНЧ, 11, ліва верхня	ОФНЧ, 11, ліва R15
12	ЦДА, 12, ліва верхня	ПК, 12, ліва R20
13	ОФПК, 1, права верхня	ОФПК, 1, права R20
14	ОФНЧ, 2, права верхня	ОФНЧ, 2, права R30
15	ЦДА, 3, ліва нижня	ОФПК, 3, права R30
16	ОФПК, 4, права	ОФПК, 4, права R25
17	ОФНЧ, 5, права верхня	ОФНЧ, 5, R25
18	ЦДА, 6, права	ОФНЧ, 6, R35
19	ОФПК, 7, права	ПК, 7, R20
20	ОФНЧ, 8, нижня	ОФПК, 8, R20

21	ОФПК, 9, права	ПК, 9, R20
22	ОФНЧ, 10, нижня	ОФПК, 10, R20
23	ЦДА, 11, права верхня	ОФНЧ, 11, права R15
24	ОФПК, 12, права верхня	ОФНЧ, 12, права R20
25	ОФНЧ, 1, ліва нижня	ПК, 1, права R20
26	ЦДА, 2, ліва нижня	ОФПК, 2, права R30
27	ОФПК, 3, ліва верхня	ОФНЧ, 3, права R30
28	ОФНЧ, 4, ліва	ОФПК, 4, R30
29	ЦДА, 5, ліва нижня	ОФПК, 5, R25
30	ОФПК, 6, ліва	ПК, 6, R20

Розподіл завдань комп'ютерних практикумів

Вибір завдання комп'ютерних практикумів для індивідуального виконання здійснюється відповідно до наведеного у табл.1.

№ студента за списком групи	Комп'ютерний практикум					
	1	2	3	4	5	6
1	31В1	31	31	31	31	31
2	32В1	32	32	32	32	32
3	33В1	33	33	33	33	33
4	34В1	34	34	34	34	34
5	35В1	35	35	35	35	35
6	36В1	36	36	36	36	36
7	37В1	37	37	37	37	37
8	38В1	38	38	38	38	38
9	39В1	39	39	39	39	39
10	310В1	310	310	310	310	310
11	31В2	311	31	31	311	311

12	32B2	312	32	32	312	312
13	33B2	313	33	33	313	313
14	34B2	314	34	34	314	314
15	35B2	315	35	35	315	315
16	36B2	316	36	36	316	316
17	37B2	317	37	37	317	317
18	38B2	318	38	38	318	318
19	39B2	319	39	39	319	319
20	310B2	320	310	310	320	320
21	31B3	321	31	31	321	321
22	32B3	322	32	32	322	322
23	33B3	323	33	33	323	323
24	34B3	324	34	34	324	324
25	35B3	325	35	35	325	325
26	36B3	326	36	36	326	326
27	37B3	327	37	37	327	327
28	38B3	328	38	38	328	328
29	39B3	329	39	39	329	329
30	310B3	330	310	310	330	330

Список рекомендованої літератури

1. Гнучкі комп'ютерно-інтегровані системи: планування, моделювання, верифікація, управління [підручник з грифом МОН України] / Ямпольський Л.С., Мельничук П.П., Остапченко К.Б., Лісовиченко О.І. – Житомир: ЖДТУ, 2010. – 786 с.

2. Зайченко Ю.П. Дослідження операцій.-Київ : Вища школа, 1988.

3. Основи автоматизації управління виробництвом /Під ред. І.М. Макарова.- М. : Высшая школа, 1983

4. Питерсон Дж. Теория сетей Петри и моделирование систем. -М.: Мир, 1984. - 325с.

5. Робототехника и ГАП. В 9-ти кн. Кн.3. Управление робототехническими системами и гибкими автоматизированными производствами/Под ред. Макарова И.М. -М.:Высш.шк., 1986. -159с.

6. Соломенцев Ю.М., Сосонкин В.Л. Управление гибкими производственными системами.- М.:Машиностроение, 1988.- 352с.

7. Сосонкин В.Л. Программное управление технологическим оборудованием.- М.:Высш.шк., 1991.- 512с.